

FERIENKURS EXPERIMENTALPHYSIK 4

Übung 3

1 Helium I

Zeigen Sie, dass sich für den Grundzustand von Helium

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \Psi_{100}(r_1)\Psi_{100}(r_2)$$

mit $\Psi_{100} = Ae^{-\frac{Zr}{a}}$ (A: Normierungskonstante) eine Gesamtenergie von

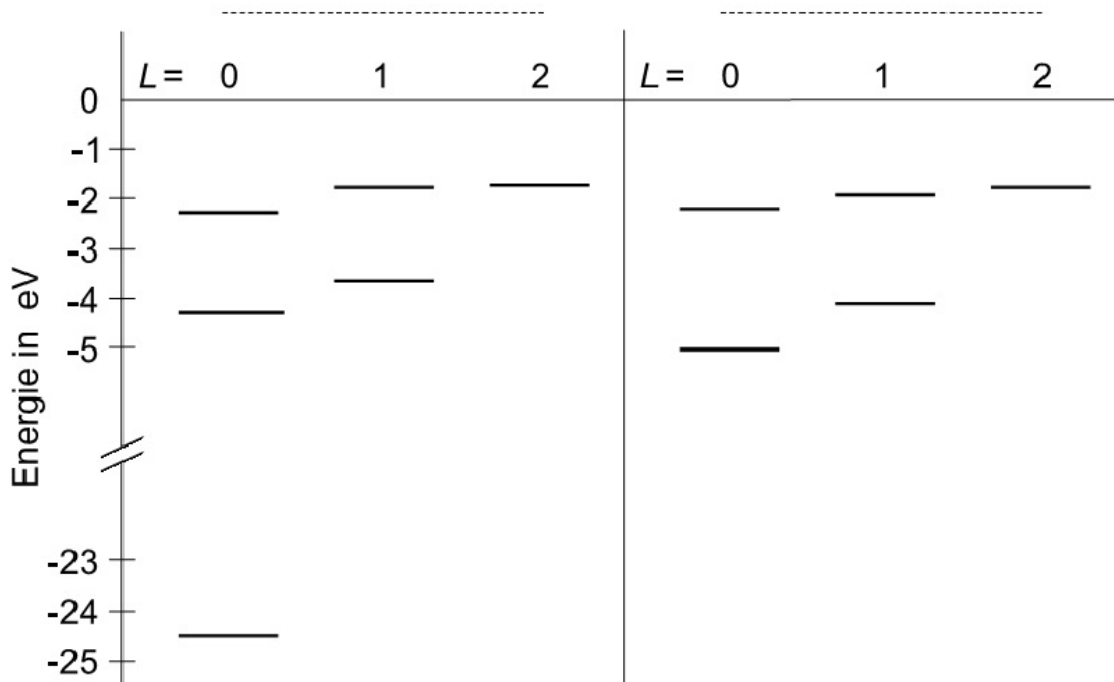
$$E_1 = -108,8\text{eV} = -2Z^2 \cdot 13,6\text{eV} = -2Z^2 E_{H1}$$

ergibt, bzw. dass $\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ die Schrödingergleichung mit

$$\hat{H} = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_{r_1}^2 - \frac{Z e^2}{4\pi\epsilon_0 r_1} \right\} + \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla_{r_2}^2 - \frac{Z e^2}{4\pi\epsilon_0 r_2} \right\}$$

und $E = E_1$ löst ($a = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}$).

(Hinweis: $\nabla^2(f(r, \vartheta, \Phi)) = \Delta(f(r, \vartheta, \Phi)) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin\vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\sin\vartheta \frac{\partial f}{\partial \vartheta}) + \frac{1}{r^2 \sin^2\vartheta} \frac{\partial^2 f}{\partial \Phi^2}$)



2 Helium II

- Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt aus dem Termschema des Heliumatoms für die niedrigsten Energieniveaus. Beschriften Sie die Energieniveaus vollständig mit den entsprechenden spektroskopischen Symbolen (Feinstrukturaufspaltung wird vernachlässigt) und benennen sie die beiden Heliumsysteme.
- Erläutern Sie den Unterschied zwischen dem Triplett- und dem Singulett-System des Heliumatoms. Welches der beiden Systeme weist für $L \neq 0$ Feinstrukturaufspaltung auf?
- Warum gibt es keinen 1^3S_1 -Zustand, wenn sich beide Elektronen im 1s-Orbital befinden?
- Warum werden die Übergänge $2^1S_0 \rightarrow 1^1S_0$ und $2^3S_1 \rightarrow 1^1S_0$ nicht beobachtet?

3 Entartung und Grundzustand

Geben Sie zu folgenden Atomen in deren Grundzustandskonfiguration den Grad der Entartung, sowie den Spektralterm des jeweiligen Grundzustandes an:
 B, N, F, Mg, Al, K, Fe, Cr ($= (Ar)(4s)(3d)^5$).

4 Spektralterme

- a) Welche Spektralterme sind für die Grundzustandskonfiguration folgender Atome möglich: Si, Al? Welche für die Konfigurationen Be: $(He)(2s)(2p)$; Ca: $(Ar)(4s)(3d)$?
- b) In welche Spektralterme und Multipletts zerfällt die Konfiguration $(1s)^2(2s)^2(2p)(3p)$ von Kohlenstoff? Welche Dimension hat also diese Konfiguration?

5 Spektrale Übergänge

- a) Betrachten Sie Titan in der Konfiguration $(Ar)(4s)^2(3d)(4p)$. Welche Spektralterme sind hier möglich? Erstellen sie hiermit ein qualitatives Termschema, indem sie annehmen, dass die Energie mit steigendem L ansteigt. Vernachlässigen sie hierbei die Feinstrukturaufspaltung.
- b) Betrachten Sie nun die zwei Energieniveaus mit der höchsten Energie im Triplett-system unter Berücksichtigung der LS-Kopplung und zeichnen Sie dann die möglichen spektralen Übergänge zwischen diesen Niveaus ein.
- c) Ein schwaches externes Magnetfeld werde nun hinzu geschaltet. Betrachten sie nun das F-Niveau mit $J = 3$ und das D-Niveau mit $J = 2$ und skizzieren sie deren Aufspaltung im Magnetfeld? Welche Übergänge sind hier erlaubt?

6 Einsteinium und exotische Atome

Berechnen Sie für ein fast vollständig ionisiertes Einsteiniumion (${}_{99}^{254}Es^{98+}$) den Bahnradius und die Gesamtenergie im Grundzustand mit verschiedenen gebundenen Teilchen in der Hülle ($a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m_e}$):

- a) ein Elektron
- b) ein Myon $m_\mu \sim 207m_e$
- c) ein Anti-Proton
- d) Berechnen Sie für alle drei Fälle die Aufenthaltswahrscheinlichkeit im 1s-Zustand innerhalb des Kernvolumens ($R_K \sim a_0(A)^{\frac{1}{3}}$). Verwenden Sie $R_{10}(r) = \sqrt{\frac{\alpha^3}{2}}e^{-\frac{\alpha r}{2}}$ mit $\alpha = \frac{2Z}{a_0}$.