

FERIENKURS EXPERIMENTALPHYSIK 4

2010

Übung 4

1 Matricelement

Man zeige durch Rechnung, dass das Dipolmatricelement für den Übergang $1s \rightarrow 2s$ im H-Atom Null ist. $R_{10}(r) = 2 \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{-r/a_0}$, $R_{20}(r) = 2 \left(\frac{1}{2a_0}\right)^{3/2} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/2a_0}$

2 Linienbreite I

a) Die mittlere Lebensdauer des H(2p)-Zustands beträgt $\tau = 1,6ns$. Berechnen Sie die natürliche Breite für die Lyman- α -Linie (2p-1s) und vergleichen Sie diese mit der Doppler-Breite bei Zimmertemperatur.

b) Vergleichen Sie die sich aus a) ergebenden Breiten der Linie (2p-1s) mit der Hyperfeinstrukturaufspaltung (HFS) des Wasserstoffgrundzustands, die durch die Wellenlänge $\lambda = 21,1cm$ zwischen den beiden F-Zuständen charakterisiert ist. Welche Temperatur muß erreicht werden, damit die HFS von einem idealen Spektrometer aufgelöst werden kann?

Hinweis: Vernachlässigen Sie hierbei die Hyperfeinstruktur der 2p Energieniveaus

3 Linienbreite II

Wie groß sind Übergangswahrscheinlichkeit und natürliche Linienbreite des Übergangs $3s \rightarrow 2p$ im H-Atom, wenn die Lebensdauer der Zustände $\tau(3s) = 23ns$ und $\tau(2p) = 2,1\mu s$ betragen? Vergleichen Sie dies mit der Dopplerbreite dieses Übergangs bei $T=300K$.

4 Rotationsspektrum des $^{12}C^{18}O$ -Moleküls

a) Zeigen Sie, dass für das Trägheitsmoment I eines hantelförmigen Moleküls, das um seinen Schwerpunkt rotiert (vgl Abb. 1), folgendes gilt:

$$I = M \cdot R^2 \quad (1)$$

Dabei ist R der Abstand der Atome und M die reduzierte Masse

$$M = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

Die Aufgabe kann durch Rechnung oder Begründung (kürzer) gelöst werden.

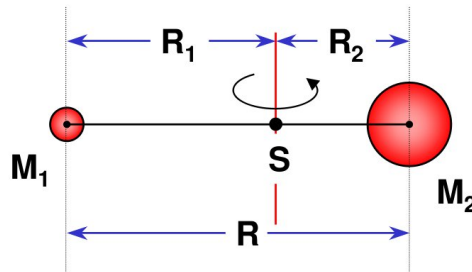


Abbildung 1: Rotation eines Moleküls um seinen Schwerpunkt.

b) Für die Rotationsenergie des Moleküls gilt dann

$$E(J) = \frac{|J|^2}{2I} = \frac{j(j+1) \cdot \hbar^2}{2I} \equiv hcB \cdot j(j+1)$$

mit dem Drehimpuls J und der sogenannten Rotationskonstanten B

$$B = \frac{h}{8\pi^2 \cdot cMR^2}$$

Zeigen sie, dass der energetische Abstand $\Delta E(J+1) - \Delta E(J)$ benachbarter Übergänge konstant ist, mit den Übergangsenergien $\Delta E(J) = E(J) - E(J-1)$.

c) Abb. 2 zeigt das Mikrowellentransmissionsspektrum des Kohlenmonoxids aus den Isotopen ^{12}C und ^{18}O . Bestimmen Sie die Bindungslänge in der Näherung des starren Rotators an Hand der Rotationsübergänge von den gezeigten Niveaus $J = 3$ bis $J = 9$.

5 Schwingungs-Rotations-Übergänge von HCl

Wir betrachten ein zweiatomiges Molekül und lassen sowohl Schwingung als auch Rotation zu. Die Energie der Schwingungs-Rotationszustände beträgt dann

$$\begin{aligned} E &= E_{\text{vib}} + E_{\text{rot}} = \\ &= \hbar\omega \left(\nu + \frac{1}{2} \right) + hc \cdot B \cdot j(j+1) \\ \text{mit } \nu &= 0, 1, \dots \quad \text{und } j = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

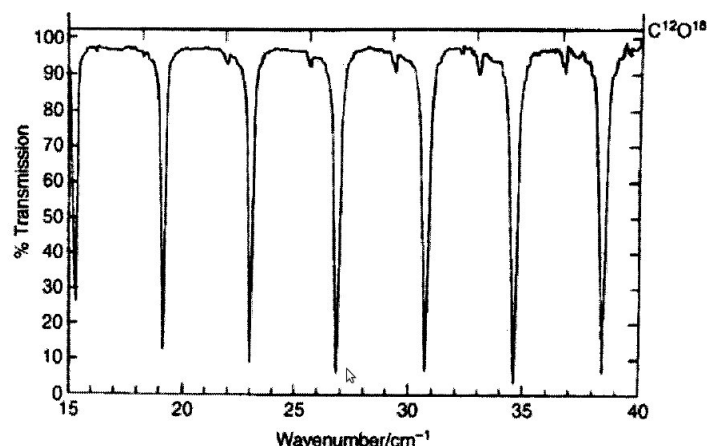


Abbildung 2: Mikrowellentransmissionsspektrum von $^{12}\text{C}^{18}\text{O}$

Die Schwingungsenergie ist dabei um ein Vielfaches größer als die Rotationsenergie. Im Energiespektrum gehört deshalb zu jedem Schwingungszustand eine Gruppe von Rotationszuständen.

a) Skizzieren Sie das Energieniveauschema für $\nu = 1, 2$ und $j = 0, 1, 2, 3$ und zeichnen Sie die Absorptionsübergänge zwischen den Schwingungs-Rotations-Zuständen ein. Die Auswahlregeln für diese Übergänge sind

$$\Delta\nu = \pm 1$$

$$\Delta j = \pm 1$$

b) Abb. 3 zeigt das Infrarottransmissionsspektrum von Salzsäuredampf (HCl). Wie man erkennt zerfällt es in zwei Teile, einen sogenannten P-Zweig und einen R-Zweig. Ordnen Sie die Peaks im Transmissionsspektrum den Übergängen in ihrem Energie-niveauschema gemäß der angegebenen Nomenklatur zu (R(0), R(1), ..., P(1), P(2), ...). Was charakterisiert P-Übergänge/R-Übergänge? Warum ergibt sich im Spektrum eine Lücke? Welchem Übergang würde das entsprechen? Wie groß ist demnach die Energie des ersten angeregten Vibrationszustandes?

c) Berechnen Sie den mittleren Kernabstand R des HCl-Moleküls.

$$(m_{\text{Cl}} = 5.89 \cdot 10^{-26} \text{ kg}, m_{\text{H}} = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg})$$

d) Bei genauer Betrachtung fällt auf, dass die Absorptions-Peaks eine Substruktur (Doppelpeak) haben. Wie erklären Sie diese Tatsache?

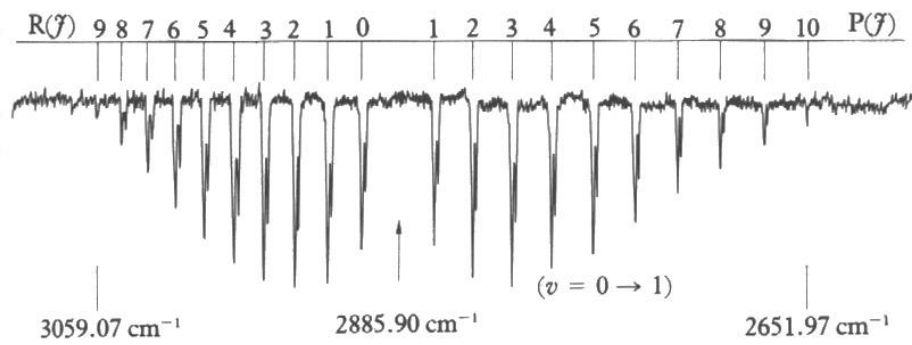


Abbildung 3: Infrarottransmissionsspektrum von HCl.