

FERIENKURS EXPERIMENTALPHYSIK 4 2010

Übung 2

1 Kopplung von Drehimpulsen und spektroskopische Notation (*)

Vervollständigen Sie untenstehende Tabelle mit den fehlenden Werten der Quantenzahlen. Darin ist l die Drehimpulsquantenzahl, s die Spinquantenzahl, j die Gesamtdrehimpulsquantenzahl aus der Kopplung von S und L . Ergänzen sie außerdem die Symbole der Niveaus in der spektroskopischen Notation.

| l | s | j | m_j | Spekt. Symbol |
|-----|---------------|-----|---|---------------|
| 1 | $\frac{1}{2}$ | | | |
| | | | | |
| | | | | 3D_2 |
| | | | $-\frac{3}{2}$ $-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$ | 2D |

2 Hyperfeinstruktur von Bi 209 (*)

a) Zeigen Sie, dass für den Abstand $\Delta E(F+1) - \Delta E(F)$ zwischen benachbarten Hyperfeinstrukturturniveaus gilt

$$\Delta E(F+1) - \Delta E(F) = A \cdot (f+1) \tag{1}$$

mit der Hyperfeinstrukturkonstanten A und dem Gesamtdrehimpuls F .

b) Bi 209 besitzt einen angeregten Zustand mit der Konfiguration ${}^2D_{5/2}$, der in 6 Hyperfeinstrukturkomponenten aufspaltet. Die Abstände zwischen diesen Energieniveaus betragen 0.231 cm^{-1} , 0.312 cm^{-1} , 0.391 cm^{-1} , 0.471 cm^{-1} , 0.551 cm^{-1} . Bestimmen Sie Kernspin I , sowie Hyperfeinstrukturkonstante A mit dem Ergebnis aus Aufgabe a).

3 Natrium im schwachen Magnetfeld (**)

Die Wellenlängen der beiden Natrium D-Linien, die den Übergängen zwischen den Niveaus ${}^2P_{1/2}$ und ${}^2S_{1/2}$ (D1-Linie), sowie zwischen ${}^2P_{3/2}$ und ${}^2S_{1/2}$ (D2-Linie) entsprechen, betragen 589.593 nm für die D1-Linie und 588.996 nm für die D2-Linie.

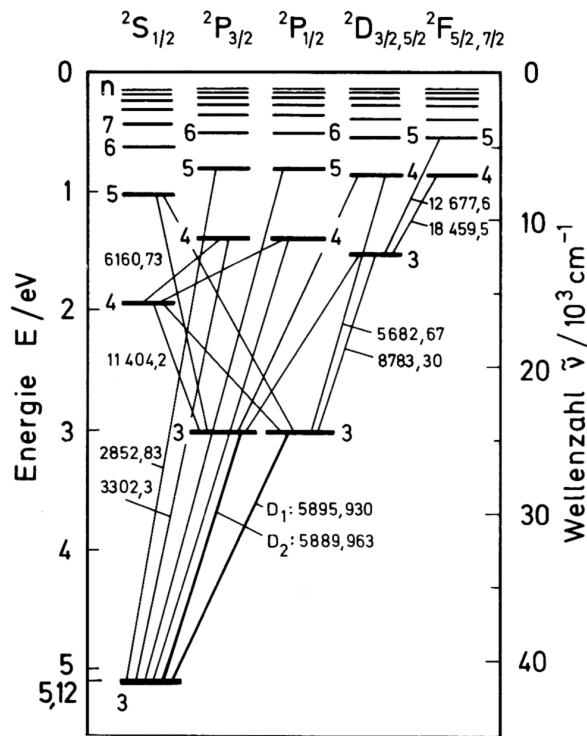


Abbildung 1: Termschema von Natrium.

- Warum ist in Mehrelektronenatomen die l -Entartung der Zustände aufgehoben?
- In einem schwachen Magnetfeld spalten die Niveaus auf Grund des anomalen Zeeman-Effekts auf. Berechnen Sie den jeweiligen Landé-Faktor, skizzieren Sie die Aufspaltung und beschriften Sie die einzelnen Unterniveaus mit der entsprechenden Quantenzahl. (Nicht maßstabsgetreu, aber etwaige Unterschiede/Gemeinsamkeiten in der Größe der Aufspaltung sollten qualitativ erkennbar sein.)
- Bei welchem minimalen Magnetfeld würden sich die Zeeman-aufgespaltenen Komponenten der P-Zustände überschneiden, vorausgesetzt, dass die Spin-Bahn-Kopplung erhalten bliebe?
- Skizzieren Sie nun die Aufspaltung der Zustände in einem Magnetfeld, das so stark ist, dass die Spin-Bahn-Kopplung aufgebrochen ist und beschriften Sie wiederum die einzelnen Unterniveaus mit der entsprechenden Quantenzahl. (Ebenfalls nicht maßstabsgetreu, aber wieder sollten Unterschiede/Gemeinsamkeiten in der Aufspaltung qualitativ erkennbar sein.)

e) Zeichnen Sie in das Schema aus b) und d) die möglichen optischen Dipolübergänge ein und charakterisieren Sie die Linien an Hand der Polarisation der emittierten Strahlung. Wie viele unterschiedliche Linien erhält man im Spektrum im schwachen/starken Magnetfeld?

f) Die Natrium D1-Linie hat eine natürliche Linienbreite von $\delta\nu = 10$ MHz. Wie groß ist die Lebensdauer des ${}^2\text{P}_{1/2}$ Zustandes?

4 Harmonischer Oszillator (**)

Ein eindimensionaler harmonischer Oszillator mit der Frequenz ω befinde sich im Grundzustand ψ_0 . Zum Zeitpunkt t_0 ändert sich die Frequenz des Oszillators schlagartig von ω auf $\tilde{\omega}$. Der Übergang erfolgt dabei so schnell, dass das System weiterhin im Zustand ψ_0 verweilt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit P , dass sich das System für $t > t_0$ bei einer Messung in neuen Grundzustand $\tilde{\psi}_0$ des Oszillators mit $\tilde{\omega}$ befindet?

Die Grundzustandswellenfunktion eines harmonischen Oszillators lautet

$$\phi_0 = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2\right)$$

Verwenden Sie

$$\int_0^{\infty} dx e^{-a^2x^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2a}$$

5 Kernspintomograph (*)

Das Proton hat, wie auch das Elektron, einen Spin ($I = 1/2$) und damit verbunden auch ein magnetisches Moment. Der in der Medizin heute weit verbreitete Kernspintomograph detektiert mit einem starken Magnetfeld diese nuklearen Dipolmomente im menschlichen Körper. Der Kernspintomograph habe ein Magnetfeld der Flussdichte $B = 5$ T. Mit welcher Frequenz muss man einstrahlen, um ein Umklappen des Kernspins herbeizuführen, d.h. Übergänge zwischen den Niveaus Spin-Up und Spin-Down zu induzieren? Nehmen Sie an, dass das Magnetfeld am Kernort durch das äußere Feld bestimmt wird.