Lösungen zu Interferenz, Beugung und Optischen Geräten

Marta Krawcyk, Martina Stadlmeier

25.03.2010

1 Aufgabe

Bei senkrechtem Einfall ist der Wegunterschied zwischen zwei Randstrahlen bei einem Beugungswinkel θ

$$\Delta s = b \sin\theta$$

Bei schrägem Einfall (α_0) ist er

$$\Delta s = b(\sin\theta - \sin\alpha_0) = \Delta_2 - \Delta_1$$

Man muss dafür in der Formel aus der Vorlesung (Seite 5) den Grenzwert bilden $\underset{N\to\infty}{lim} I(\theta) = N^2 I_0 \frac{sin^2 x}{x^2} = I_{Gesamt} \frac{sin^2 x}{x^2}$ und statt $\sin\theta$ den Ausdruck $\sin\theta - \sin\alpha_0$ einsetzen. Das zentrale Beugungsmaximum erscheint bei $\theta_0 = \alpha_0$, das ± 1. Beugungsmaximum bei $\frac{b}{\lambda}(\sin\theta - \sin\alpha_0) = \pm 1$

$\Rightarrow \sin\theta_{1,2} = \pm\frac{\lambda}{b} + \sin\alpha_0$
Die Winkelbreite der zentralen Beugungsanordnung ist jetzt:

$\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 = \arcsin\left(\sin\alpha_0 + \frac{\lambda}{b}\right) - \arcsin\left(\sin\alpha_0 - \frac{\lambda}{b}\right)$

$\Delta\theta = 44,4^o - 17,6^o \approx 26,8^o$

während für $\alpha_0 = 0^o$ gilt $\Delta\theta = 25,6^o$

2 Aufgabe

a) Gittergleichung: $d \cdot (\sin\alpha + \sin\beta) = m\lambda$ mit m=1 und $\alpha = 30^o$

$$\sin\beta\frac{\lambda}{d} - \sin\alpha = -0,02 \Rightarrow \beta = -1,3^o$$

Bezogen auf den Einfallswinkel, liegt der Beugungswinkel auf der anderen Seite der Gitternormalen. Der Winkel des geneigten Strahls gegen den einfallenden Strahl ist:

$$\Delta\phi = \alpha - \beta = 31,3^o$$

Wegen

$$\sin\beta^{(2)} = 2\frac{\lambda}{d} - \sin\alpha = 0,96 - 0,5 = 0,46$$

gibt es auch eine zweite Ordnung.
b) Der Winkelunterschied $\Delta\beta$ berechnet sich aus $sin\beta_1 - sin\beta_2 = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{d}$ zu $\Delta\beta = 10^{-3} rad$. Für $\beta_1 = -1,3^o$ folgt $\beta_2 = -1,241^o$
c) fehlt

3 Aufgabe

Die Phasendifferenz zwischen an den beiden Grenzschichten Luft-Öl und Öl-Wasser reflektierten Teilwellen wegen des Phasensprunges

$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta s - \pi$
Für konstruktive Interferenz muss $\Delta\phi = 2m \cdot \pi$ sein

$$\Rightarrow \Delta s = \frac{2m+1}{2}\lambda_0$$

Da $\Delta s = 2d \cdot \sqrt{n^2 - sin^2\alpha}$ beträgt, folgt mit $\lambda_0 = 500nm$ (grün)

$$d = \frac{2,5 \cdot 10^{-7}m}{\sqrt{1,6^2 0,5}} = 1,74 \cdot 10^{-7}m$$

4 Aufgabe

Ergänzt man das Sechseck durch ein aufgesetztes Dreieck mit Winkel $\gamma = 60^o$, so hat man ein Prisma . Es gilt $\delta = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2)$ und für δ_{min}:

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha, \quad \beta_1 = \beta_2 = \beta, \quad \gamma = 2\beta \rightarrow \delta_{min} = 2\alpha - \gamma$
Aus $sin\alpha/sin\beta = n \Rightarrow sin\frac{\delta_{min}+\gamma}{2} = nsin\beta = nsin\frac{\gamma}{2} \Rightarrow \sqrt{3}sin\frac{\delta_{min}}{2} + cos\frac{\delta_{min}}{2} = n = 1,31 \Rightarrow \delta_{min} = 22^o$

5 Aufgabe

a) Ein Teil des ankommenden Strahls wird reflektiert. Er hat eine deutlich niedrigere Intensität als der transmittierte Strahl (Strahl 2). Letzterer wird an der verspiegelten Seite vollstandig reflektiert und, aufgrund des kleinen Einfallswinkels, geht auch beim Verlassen der linken Platte nur wenig Intensität verloren. An der oberen Platte sind die Verhaltnisse umgekehrt. Jetzt verliert Strahl 2 bei der Reflexion an Intensität und Strahl 1 erhalt den größten Teil seiner Intensität. Damit haben die sich uberlagernden Teilstrahlen nahezu gleiche Intensität.
b) Die Gangdifferenz ist die Differenz der optischen Wege zwischen gefüllter und abgepumpter Kammer. Im abgepumpten Zustand ist der Brechungsindex gleich 1. Die Differenz ergibt sich also zu:

$$(n-1)L = (1,000281 - 1) \cdot 0,25m = 7,025 \cdot 10^{-5}m$$

Zwischen zwei Maxima muss sich der optische Weg um eine Wellenlange ändern. Also ist die Zahl der Maxima, die beim Abpumpen entstehen $\frac{7,025 \cdot 10^{-5}}{589 \cdot 10^{-9}} = 119,3$

6 Aufgabe

Es gilt immer und stets $\nu = \frac{c}{\lambda}$, hier ist aber c die Schallgeschwindigkeit, etwa 345 m/s. Wie können wir λ ausrechnen? Der Wegunterschied der Welle von Lautsprecher L_1 zu Punkt P_1 (Strecke s_1) zum Weg von Lautsprecher 2 zu Punkt P_1 (Strecke s_2) muss gerade eine halbe Wellenlange sein. Also

$\lambda = 2(s_2 - s_1)$

Der Skizze kann man entnehmen

$s_1^2 = (y - \frac{d}{2})^2 + l^2$

$s_1^2 = (y + \frac{d}{2})^2 + l^2$

Nach Einsetzen erhalt man zunachst $s_1 \approx 3,513m$ und $s_2 \approx 4482m$. Also $\lambda \approx 1,938m, \quad \nu \approx 178Hz$

7. Laserlichtbündel

Mit einem streng parallelen Laserlichtbündel von $\lambda = 650\text{nm}$ aus einem Laser mit einer Blende des Durchmessers $D = 1\text{m}$ soll von der Erde aus ein Fleck auf der Mondoberfläche bestrahl werden. Die Entfernung Erde-Mond beträgt 384 000km.

Welchen Durchmesser d hat das bestrahlte Gebiet auf dem Mond?

Die Blende des Lasers verursacht eine Beugung des Lichtbündels, sodass eine Aufweitung des Lichtbündels stattfindet. Für die Winkelgröße des entstehenden Beugungsscheibchens gilt nach Vorlesung:

$$\delta_{min} = \frac{2{,}44\,\lambda}{D}$$

außerdem wissen wir aufgrund der Anordnung, dass für $\frac{\delta_{min}}{2}$ die Kleinwinkelnäherung zulässig ist, also:

$$\frac{\delta_{min}}{2} \approx \frac{r}{R_{EM}}$$

wobei r gerade die Hälfte des gesuchten Durchmessers der Beugungsscheibe auf der Mondoberfläche ist. Fasst man dies nun zusammen, so erhält man:

$$r = \frac{1{,}22\,\lambda}{D}\,R_{EM} = 304,5\text{m}$$

Der gesamte Durchmesser beträgt also $2\,r = 609\text{m}$.

8. Lupe

Eine Lupe wird in der Entfernung $a = 1,5\text{cm}$ ($f = 2\text{cm}$) über eine Buchseite gehalten, um die kleien Schrift vergößert sehen zu können. Das Auge des Betrachters wird auf die Entfernung zum virtuellen Bild akkomodiert.

a) Wie groß ist die Winkelvergrößerung

b) Wie groß erscheint ein Buchstabe mit $0,5\text{mm}$ Größe dem Betrachter?

a) Da in diesem Fall $g < f$ gilt nun für die Winkelvergrößerung

$$V_{Lu} = \frac{s_0}{g} = 16,7\text{cm}$$

b) Über die Abbildungsgleichung kann man die Bildweite b ausrechnen:

$$b = (\frac{1}{f} - \frac{1}{g})^{-1} = -6\text{cm}$$

Auch hier bedeutet das "-" wieder, dass ein virtuelles Bild entsteht. Für die Lateralvergrößerung $\frac{B}{G}$ also das Verhältnis von Bildgröße zur Gegenstandsgröße gilt:

$$\frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$$

Das "-" in der Formel ist wieder mit dem virtuellen Bild zu begründen. Somit erhält man für B:

$$B = 4 \cdot 0,5\text{mm} = 2\text{mm}$$

Dem Betrachter erscheint der Buchstabe also 4mal so groß.

9. Mikroskop

Ein feines Steggitter mit Stegabstand $d = 20\mu$m wird durch ein Mikroskop mit entspanntem (d.h. auf ∞ eingestelltem) Auge betrachtet. Das Mikroskopobjektiv hat die Winkelvergrößerung $V = 10$ und eine Brennweite von $f_1 = 2$cm.

Welche Brennweite f_2 des Okulars muss man wählen, damit die Gitterstäbe dem Auge wie eine Millimeterskala erscheinen?

Zunächst überlegt man sich, was die Gesamtvergößerung des Mikroskops sein muss: wenn die $d = 20\mu m$ wie ein mm erscheinen, muss die Vergrößerung des Mikroskops $V_M = 50$ betragen. Außerdem wissen wir, dass

$$V_M = \frac{b\, s_0}{g\, f_2}$$
$$\Rightarrow f_2 = \frac{b\, s_0}{g\, V_M}$$

Wir suchen nun also noch die Bildweite b der ersten Linse, sowie die Gegenstansweite g. Um die Gegenstandsweite zu erhalten wird folgende Überlegung angestellt:

Der Sehwinkel ϵ_0 ohne Mikroskop beträgt

$$\epsilon_0 = \frac{d}{s_0}$$

Der Sehwinkel ϵ_1 mit Objektiv:

$$\epsilon_1 = \frac{d}{g}$$

Zudem wissen wir, dass das Objektiv eine Vergrößerung von 10 bewirkt, das heißt:

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} = 10$$
$$\Rightarrow g = \frac{s_0}{10} = 2,5\text{cm}$$

Die Bildweite b erhält man wieder über die Abbildungsgleichung, also $b = 10$cm. Setzt man nun noch alles ein so erhält man schließlich:

$$f_2 = 2\text{cm}$$