

Wellen und Dipolstrahlung

Florian Hrubesch

22. März 2010

1 Maxwellgleichungen

- Leiten Sie aus den Maxwellgleichungen im Vakuum die Wellengleichung im Vakuum her. Zeigen Sie, dass E , B und k senkrecht aufeinander stehen.
- Eine ebene Lichtwelle mit der elektrischen Feldamplitude $E = 1 \frac{MV}{m}$ falle senkrecht auf einen perfekten Spiegel. Berechnen Sie den Strahlungsdruck, der auf den Spiegel wirkt.
- Die magnetische Induktion \vec{B} sei als Ebene Welle vorgegeben:

$$\vec{B}(x, y, z, t) = B_0 \cos(kz - \omega t) \vec{e}_x + B_0 \cos(kz - \omega t) \vec{e}_y \quad (1)$$

Berechnen Sie die elektrische Feldstärke und deren Polarisierung.

- Berechnen Sie damit den Poynting Vektor

2 Absorption von Licht

Aus dem Oszillatormodell der Dispersion erhält man für verdünnte Gase die Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten:

$$\epsilon_r(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \quad (2)$$

Dabei ist N die Teilchendichte, ω die Resonanzfrequenz und γ die Dämpfungskonstante des Materials.

- Leiten Sie aus dieser Formel den Realteil und den Imaginärteil des Brechungsindex her und skizzieren sie diese um die Resonanzfrequenz ω_0 . Verwenden Sie hierzu die Näherung $\epsilon_r = 1 + \delta$ mit $|\delta| \ll 1$ und die Reihenentwicklung $(1 + x)^n = 1 + nx$.

- b) Betrachten Sie nun eine ebene Welle die sich in z-Richtung in einem verdünnten Gas mit Brechungsindex $\tilde{n} = n + i\eta$ ausbreitet: $\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \cdot \exp i(kz - \omega t)$. Ersetzen Sie k mit Hilfe der Dispersionsrelation durch n und ω und bestimmen Sie die Intensität der Welle in Abhängigkeit von z .
- c) Wie lautet der Beitrag $\epsilon(\omega)$ der von der Bewegung freier Elektronen im Metall herrührt?

3 Breite der Zone anomaler Dispersion

Finden Sie die Breite der Region anomaler Dispersion für eine einzige Resonanzfrequenz ω_0 . Gehen Sie davon aus, dass $\gamma \ll \omega_0$. Zeigen Sie, dass der Brechungsindex seine Extremwerte genau an den Punkten der Halbwertsbreite des Absorptionskoeffizienten hat.

4 Reflektion an Kugel

Paralleles Licht der Intensität $I = 900 \frac{W}{m^2}$ falle auf eine perfekt spiegelnde Metallkugel vom Durchmesser $d = 1m$. Berechnen Sie die Kraft auf die Kugel in Ausbreitungsrichtung des Lichts.

5 Fouriertransformation

Berechnen Sie die Fouriertransformierte der folgenden Amplitudenverteilungen im Frequenzraum:

- a) $E(\omega) = E_0 \delta(\omega - \omega_0)$
- b) $E(\omega) = E_0 e^{-\alpha|\omega|}$

6 Wellengleichung und Intensitäten

Aus der Linearität der Wellengleichung folgt, dass jede Linearkombination der Wellenamplitude von Lösungen wieder eine Lösung ergibt. Gilt dies auch für die Intensitäten der Wellen? Gibt es Fälle, bei denen man die Intensitäten zweier Teilwellen addieren kann, um die Gesamtintensität zu bekommen?

7 Lichtantrieb

Es gibt Pläne, Raumschiffe zu weit entfernten Himmelskörpern durch Photonenrückstoß auf hohe Geschwindigkeiten zu beschleunigen. Wie groß muss die Intensität des Lichtes einer „Lampe“ mit 100 cm² Fläche sein, die Licht aus dem Raumschiff nach „hinten“ aussendet, damit eine Masse von 1000 kg eine Beschleunigung von $10^{-5} \frac{m}{s^2}$ erfährt?

8 Brechungsindex bei schwacher Dämpfung

Zeigen Sie, dass man für $\omega - \omega_0 \gg \gamma$ den Brechungsindex schreiben kann als

$$n - 1 = a + \frac{b}{\lambda^2 - \lambda_0^2} \quad (3)$$

9 Gruppen und Phasengeschwindigkeit

- Seichtes Wasser ist Nichtdispersiv. Die Wellen haben eine Phasengeschwindigkeit die proportional zur Wurzel der Tiefe des Wassers ist. In tiefen Wasser verhalten sie sich allerdings so, als ob die Tiefe Proportional zur Wellenlänge λ wäre. Zeigen Sie, dass die Phasengeschwindigkeit in tiefen Wasser doppelt so groß wie die Gruppengeschwindigkeit ist.
- In der Quantenmechanik wird ein freies Teilchen der Masse m das sich in x-Richtung ausbreitet durch die Wellenfunktion

$$\Psi(x, t) = Ae^{i(px - Et)/\hbar} \quad (4)$$

beschrieben. Dabei ist p der Impuls und $E = \frac{p^2}{2m}$ die kinetische Energie des Teilchens. Berechnen Sie die Gruppen und die Phasengeschwindigkeit des Teilchens. Welche davon entspricht der tatsächlichen Teilchengeschwindigkeit?