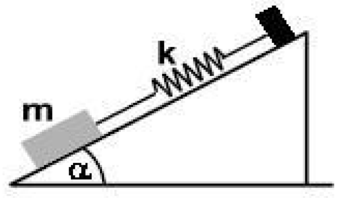
Ferienkurs Experimentalphysik 1
2010

Übung 5

1. Feder auf schiefer Ebene (**)

Auf einer schiefen Ebene mit Neigungswinkel $\alpha = 20°$ befindet sich ein Körper der Masse $m = 1$ kg. An dem Körper ist ein masseloser starrer Draht befestigt, der den Körper mit einer Feder der Federkonstanten D verbindet, die ihrerseits an der Spitze der schiefen Ebene befestigt ist.



a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Systems auf und lösen Sie diese für die Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$ und $\dot{x}(0) = v_0$. Vernachlässigen Sie hierbei die Reibung.
b) Welche Federstärke D muss die Feder besitzen, damit die Masse mit einer Frequenz $\nu = 10$ Hz schwingt?
c) Welchen Einfluss hat der Neigungswinkel α auf das System?

2. Gedämpftes Masse-Feder Pendel (*)

Betrachten Sie ein gedämpftes Masse-Feder Pendel, dass der Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + sx = 0$$

genügt, wobei m die Masse sei, r die Dämpfungskonstante und s die Federkonstante. Für $s = r^2/(4m)$ ist die allgemeine Lösung gegeben als

$$x(t) = (C + Dt)\mathrm{e}^{-pt},$$

wobei C und D Konstanten sind.

a) Bestimmen Sie p.
b) Ein Eisenbahnpuffer am Ende des Gleises in einem Kopfbahnhof verhalte sich wie ein solches gedämpftes Masse-Feder Pendel aus Aufgabe a). Die Federkonstante sei gegeben als $s = 11.25$ kN/m und Dämpfungskonstante als $r = 30 \cdot 10^3$ kg/s. Ein Eisenbahnwagon der Masse $m = 20 \cdot 10^3$ kg kollidiere mit diesem Puffer mit einer Geschwindigkeit $v_0 = 1$ m/s. Überlegen Sie sich die Anfangsbedingungen und bestimmen Sie daraus die Konstanten C und D. Zeigen Sie, dass dieses System kritisch gedämpft ist. Wie weit wird der Puffer maximal zusammengedrückt?

Welche Geschwindigkeit besitzt der Wagen nachdem er vom Puffer zurückgestoßen wurde?

3. Palme im Wind (**)

Eine hohe Palme mit einer 1 Tonne schweren, kompakten Krone bewegt sich im Wind. Für ein Paar Minuten übt ein konstanter Wind eine horizontale Kraft von 1000 N auf die Krone aus. Diese wird dadurch um 4 m zur Seite ausgelenkt. Bei plötzlich eintretender Windstille führt die Krone eine gedämpfte harmonische Schwingung aus. Dabei ist die Maximalamplitude der ersten Schwingung 4 m, die der zweiten 3 m und die der dritten 2.25 m.

a) Bestimmen Sie die Dämpfungskonstante der Schwingung.

b) Welchen Wert hat die Kreisfrequenz der Schwingung?

4. Schwingung mit resonantem Antrieb (**)

Die ungedämpfte harmonische Schwingung mit resonantem Antrieb ($\omega_0 = \Omega$)

$$\ddot{x}(t) + \Omega^2 x(t) = f_0 \cos(\Omega t)$$

besitzt die partikuläre Lösung

$$x_\mathrm{p}(t) = \frac{f_0}{2\Omega} t \sin(\Omega t).$$

a) Zeigen Sie, dass $x_\mathrm{p}(t)$ die Schwingungsgleichung löst.

b) Berechnen Sie für diese Lösung die Oszillator-Energie. Diese Energie enthält einen anwachsenden und einen oszillierenden Anteil. Zeigen Sie, dass die Energie quadratisch mit der Zeit anwächst, wenn man die oszillierenden Anteile über eine Periode mittelt.

c) Wie lautet die allgemeine Lösung der Schwingungsgleichung? Konstruieren Sie eine spezielle Lösung für die Anfangsbedingung $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$.

5. Baufahrzeug (***)

Beim Anfahren eines Baufahrzeugs führt der Fußboden des Cockpits vertikale Schwingungen mit zunehmender Frequenz aus. Für ein Messgerät mit Masse $m = 100$ g, das hohe Schwingungsfrequenzen nicht verträgt, beträgt die kritische Kreisfrequenz 200 Hz. Das Gerät ist federnd und gedämpft gelagert, wobei die Feder so ausgewählt ist, dass die Eigenkreisfrequenz ω_0 für Messgerät und Feder 10% von ω_krit beträgt.

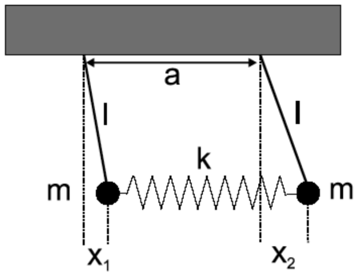
a) Wie groß ist die Federkonstante k der Aufhängung des Messinstruments?

b) Welchen Wert muss die Abklingkonstante γ haben, damit die Schwingungsamplitude A_m des Messgerätes bei ω_0 gerade so groß wie die Amplitude ξ_m der Erregerschwingung ist?

c) Bei welcher Kreisfrequenz Ω_m ist das Amplitudenverhältnis $A_\mathrm{m}/\xi_\mathrm{m}$ am größten, wenn die Abklingkonstante γ den in b) berechneten Wert hat?

d) Welchen Wert hat $A_\mathrm{m}/\xi_\mathrm{m}$ bei Ω_m und bei ω_krit?

6. Gekoppelte Fadenpendel (**)



Zwei Fadenpendel der Länge l (Massen m) sind durch eine Feder (Federkonstante k) so miteinander verbunden (siehe Skizze), dass die Feder im ruhenden System nicht ausgelenkt ist.

a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen der beiden Pendel. Vernachlässigen Sie hierbei die Reibung.

b) Bestimmen Sie die Kreisfrequenzen der beiden möglichen Normalschwingungen, d.h. der gleichphasigen Schwingung, $x_1(t) = x_2(t)$, sowie der gegenphasigen Schwingung, $x_1(t) = -x_2(t)$.

c) Für eine sehr schwache Kopplung ($k \ll mg/l$) ergeben sich aus der Überlagerung der beiden Normalschwingungen Schwebungen. Berechnen Sie für diesen Fall die Schwebungskreisfrequenz.

Hinweise: $\cos x + \cos y = 2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$, $\cos x - \cos y = -2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$ und $(1+x)^n \simeq 1 + nx$ für $|x| \ll 1$.

7. Seilwelle (*)

Die Wellenfunktion einer harmonischen Welle auf einem Seil sei gegeben durch

$$y(x,t) = 0.001\ \mathrm{m} \cdot \cos(62.8\ \mathrm{m}^{-1} \cdot x + 314\ \mathrm{s}^{-1} \cdot t).$$

a) In welche Richtung bewegt sich die Welle, und wie groß ist ihre Geschwindigkeit?

b) Ermitteln Sie Wellenlänge, Frequenz und Schwingungsdauer der Welle.

c) Wie groß ist die maximale Geschwindigkeit eines Seilsegments?

d) Berechnen Sie die Spannung in einem 400 g schweren Seil der Länge 1 m. Hinweis: $v_\mathrm{ph} = \sqrt{F/\mu}$, wobei μ die lineare Massendichte ist.

8. Longitudinale Schwingung einer Schraubenfeder (*)

Eine homogene Schraubenfeder der Länge $l = 0.6$ m, der Gesamtmasse $m_0 = 150$ g und der Federkonstante $D = 12$ N/m ist am oberen Ende aufgehängt und schwingt frei.

a) Welche Randbedingungen (Schwingungsknoten oder Schwingungsbauch) gelten an den Federenden bei den longitudinalen Eigenschwingungen der Feder?

b) Als Schwingungsgleichung ergibt sich für eine solche Feder

$$\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = \frac{m_0}{Dl^2} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}.$$

Wie groß ist die Phasengeschwindigkeit c für Longitudinalwellen in der Feder?

c) Berechnen Sie für die Grundschwingung die Eigenfrequenz ν_0 der Feder.

d) Welche Effektivmasse m_{eff} kann man der Feder zuschreiben? Dabei soll ein Körper der Masse m_{eff} am unteren Ende der als masselos gedachten Feder hängen und mit der Frequenz ν_0 schwingen.

9. Überlagerung zweier Schallwellen (*)

Die ebene Schallwelle $\xi_1 = A\cos(800\ \text{s}^{-1} \cdot t - 2\ \text{m}^{-1} \cdot z)$ wird mit der ebenen Schallwelle $\xi_2 = A\cos(630\ \text{s}^{-1} \cdot t - 1.5\ \text{m}^{-1} \cdot z)$ überlagert. Wie sieht ihre Überlagerung aus und wie groß ist ihre Gruppengeschwindigkeit im Vergleich zu den Phasengeschwindigkeiten der beiden Einzelwellen?

10. Ruhestörung (*)

Ein Lautsprecher steht vor einer reflektierenden Wand und sendet einen Ton mit der Frequenz 160 Hz (Schallgeschwindigkeit in Luft: $v_{\text{L}} = 330$ m/s) aus. Wo muss Hans seine drei Omas und den Lautsprecher positionieren, damit die alten Damen nicht vom Lärm belästigt werden und er aber überall zwischen den Omas das Geräusch hören will, wenn er ihnen beim Stricken zusieht?

11. Dopplereffekt bei einer Dampflokomotive (**)

Eine Dampflokomotive besitzt eine beidseitig offene Dampfpfeife von $l = 12.5$ cm Länge, die mit Wasserdampf angeblasen wird (Schallgeschwindigkeit in Luft: $v_{\text{L}} = 330$ m/s).

a) Berechnen Sie die Grundfrequenz ν_0 der Dampfpfeife beim Anblasen mit Wasserdampf (Schallgeschwindigkeit in Wasserdampf: $v_{\text{D}} = 500$ m/s).

b) Die Lokomotive fährt mit $v = 108$ km/h auf einen Tunnel in einem Berg zu und gibt dabei ein kontinuierliches Signal aus ihrer Dampfpfeife ab. In einem Waggon hinter der Lokomotive hört man dieses Signal direkt und vom Berg reflektiert. Berechnen Sie das Verhältnis der gehörten Frequenzen.