Aufgabe 1.

Nach einem Bankraub verlassen die Räuber in einem Fluchtfahrzeug, das sich mit $\frac{3}{4}c$ bewegt, den Ort des Verbrechens. Sie werden von einem Polizeiwagen, der sich mit $\frac{1}{2}c$ bewegt, verfolgt. Ein Polizist feuert aus diesem Wagen ein Projektil, das sich relativ zur Waffe mit $\frac{1}{3}c$ bewegt, auf die Verbrecher ab. Erreicht die Kugel das Fahrzeug der Verbrecher

a) nach Galileo?

b) nach Einstein?

Aufgabe 2.

Das Ereignis A geschieht am Raumpunkt $(x_A = 5, y_A = 3, z_A = 0)$ zur Zeit t_A, die gegeben ist durch $ct_A = 15$. Ein zweites Ereignis B tritt auf an $(10, 8, 0)$ zur Zeit $ct_B = 5$. Beide werden im selben Inertialsystem K gemessen.

a) Was ist der vierdimensionale Abstand zwischen A und B?

b) Gibt es ein Inertialsystem, in dem beide Ereignisse *gleichzeitig* geschehen? Wenn ja, was ist die Geschwindigkeit (Betrag und Richtung) dieses Inertialsystem in Bezug auf K?

c) Gibt es ein Inertialsystem, in dem beide Ereignisse *am gleichen Ort* stattfinden? Wenn ja, was ist die Geschwindigkeit (Betrag und Richtung) dieses Inertialsystem in Bezug auf K?

Aufgabe 3.

Wie ändert sich die Phase $\varphi = \omega t - \vec{\mathbf{k}} \cdot \vec{\mathbf{r}}$ einer elektromagnetischen Welle beim Übergang in ein anderes Inertialsystem? Begründung?

Aufgabe 4.

In einem Inertialsystem K herrsche ein elektrisches Feld $\vec{\mathbf{E}} = E\vec{\mathbf{e}}_z$ und ein Magnetfeld $\vec{\mathbf{B}} = B_y\vec{\mathbf{e}}_y + B_z\vec{\mathbf{e}}_z$. Mit einer Geschwindigkeit $\vec{\mathbf{v}} = v\vec{\mathbf{e}}_y$ relativ zu K bewege sich ein System K'.

a) Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{\mathbf{E}}'$ und magnetische Feld $\vec{\mathbf{B}}'$ im System K'.

b) Zeigen Sie, dass die Werte von $\vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$ und $\vec{\mathbf{E}}^2 - c^2\vec{\mathbf{B}}^2$ invariant sind.

Aufgabe 5.

a) Zeigen Sie, dass der Ausdruck

$$\Box A^\mu - \partial^\mu \partial_\nu A^\nu = \mu_0 j^\mu \tag{1}$$

eichinvariant ist, d.h. mit A^μ auch $A'^\mu = A^\mu + \partial^\mu \chi$ eine Lösung ist. Dabei ist χ ein beliebiges skalares Feld.

b) Betrachten Sie nun den Ansatz

$$A^\mu = a^\mu \, \exp\left(-ik_\nu x^\nu\right) \qquad \text{mit} \quad a^\mu = \left(a^0, \vec{\mathbf{a}}\right).$$

Zeigen Sie, dass in LORENTZ-Eichung folgt:

$$a^0 = \frac{c\,\vec{\mathbf{a}} \cdot \vec{\mathbf{k}}}{\omega}.$$

c) Zeigen Sie, dass obiger Ansatz die Gl. 1 in homogener Form (d.h. $j^\mu = 0$) erfüllt.

Aufgabe 6.

a) Leiten Sie die Kontinuitätsgleichung aus den MAXWELL-Gleichungen her.

b) Zeigen Sie, dass der Feldtensor schon allein aufgrund seiner Definition den homogenen MAXWELL-Gleichungen genügt.

Aufgabe 7.

In manchen Lehrbüchern wird der *duale Feldstärketensor* $\tilde{F}^{\mu\nu}$ definiert durch

$$\tilde{F}^{\mu\nu} := \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}.$$

a) Bestimmen Sie die Matrixdarstellung von $\tilde{F}^{\mu\nu}$.

b) Zeigen Sie, dass $\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0$ äquivalent zu den homogenen MAXWELL-Gleichungen ist.