

Michael Schrapp, Matthias Eibl

Ferienkurs *Theoretische Mechanik* 2009

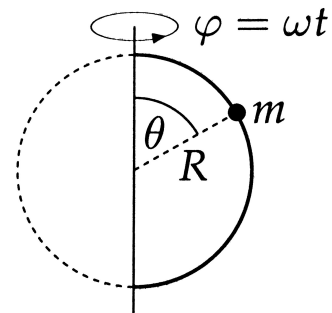
Probeklausur

1 Kurze Fragen

1. Wann ist ein Kraftfeld konservativ? Geben Sie drei äquivalente Bedingungen!
2. Zeigen Sie, dass im Zentralpotential $U(r)$ der Drehimpuls erhalten ist. Welche andere Größe ist erhalten?
3. Zeigen Sie für eine eindimensionale Bewegung im Potential $U(x)$, dass die Euler-Lagrangegleichung gerade die Newtonsche Bewegungsgleichung ergibt.

2 Rotierender Draht

Ein Teilchen sei auf einem halbkreisförmig rotierenden Draht angebracht und auf diesem frei beweglich. Der Draht rotiere mit konstantem ω um die fest vorgegebene Achse im kräftefreien Raum.



- i.) Stellen Sie die Lagrangefunktion \mathcal{L} auf.
- ii.) Berechnen Sie damit die Hamiltonfunktion \mathcal{H} und stellen Sie die kanonischen Gleichungen auf.
- iii.) Bestimmen Sie die Gesamtenergie E und berechne $\frac{dE}{dt}$. Was ist dafür die physikalische Begründung?
- iv.) Berechnen Sie $\frac{d\mathcal{H}}{dt}$ und vergleichen Sie \mathcal{H} mit der Energie.

3 kanonische Transformationen

Überprüfen sie, ob die folgenden Transformationen kanonisch sind.

1. $\tilde{q} = pq - q^3$
 $\tilde{p} = p^2 + \frac{p}{q}$
2. $\tilde{q} = \arctan\left(\frac{q}{p}\right)$
 $\tilde{p} = \frac{1}{2}(q^2 + p^2)$

Wählen Sie **eine** der nächsten beiden Aufgaben (4 oder 5) zur Bearbeitung aus!

4 Würfependel

Ein homogener Würfel der Kantenlänge s und der Masse M hänge vertikal von einer seiner Kanten herab. Außer der Gravitationskraft wirken keine Kräfte. Finden Sie die Periode für kleine Schwingungen um die Gleichgewichtslage.

Wie groß ist die Länge eines äquivalenten Fadenpendels?

5 Abrollende Zylinder

Zwei homogene Zylinder mit den Massen m_1, m_2 und den Radien r_1, r_2 sind mit einem Faden umwickelt. Die Achse des Zylinders 1 ist reibungsfrei horizontal gelagert. Der Zylinder 2 fällt im Schwerfeld senkrecht nach unten, wobei sich der Faden von beiden Zylindern abwickelt.

Für die Beschleunigung des fallenden Zylinders gibt es eine Zwangsbedingung. Wie lautet diese?

Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf und berechnen Sie die Fadenspannung.

Nutzen Sie dabei aus, dass die Änderung des Drehimpulses gerade dem angelegten Drehmoment entspricht.