

FERIENKURS EXPERIMENTALPHYSIK 4

2009

Übung 3

1 Drehimpulsoperatoren bei Spin-Bahn-Kopplung

Bei Berücksichtigung der Spin-Bahn-Kopplung lautet der Hamiltonoperator des Wasserstoffatoms

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \Gamma \hat{S} \cdot \hat{L}$$

Dabei ist \hat{H}_0 der ungestörte Hamiltonoperator ohne Spin-Bahn-Kopplung und Γ die Spin-Bahn-Kopplungskonstante.

a) Zeigen Sie, dass weder \hat{L}_z noch \hat{S}_z mit \hat{H} kommutieren.

Hinweis: Benutzen Sie die allgemeingültige Kommutatorrelation

$$[A, BC] = B[A, C] + [A, B]C$$

Beweis:

$$B[A, C] + [A, B]C = B(AC - CA) + (AB - BA)C = ABC - BCA = [A, BC]$$

b) L_z und S_z sind somit keine Erhaltungsgrößen mehr. Für \hat{S}^2 und \hat{L}^2 gilt allerdings immer noch

$$[\hat{S}^2, \hat{H}] = [\hat{L}^2, \hat{H}] = 0$$

Zur Beschreibung des Zustands führt man den Gesamtdrehimpuls $\hat{J} = \hat{L} + \hat{S}$ ein.

Zeigen Sie zunächst, dass \hat{J} in der Tat ein Drehimpulsoperator im Sinne der Quantenmechanik ist, das heißt, dass die Komponenten von \hat{J} den fundamentalen Vertauschungsrelationen genügen

$$i\hbar \hat{J}_x = [\hat{J}_y, \hat{J}_z]$$

$$i\hbar \hat{J}_y = [\hat{J}_z, \hat{J}_x]$$

$$i\hbar \hat{J}_z = [\hat{J}_x, \hat{J}_y]$$

Es genügt eine der Relationen explizit zu beweisen.

Zeigen sie dann, dass die z-Komponente \hat{J}_z und das Quadrat \hat{J}^2 des so definierten Gesamtimpulses mit \hat{H} kommutieren. J^2 und J_z sind somit wieder Erhaltungsgrößen und eignen sich deshalb zur Beschreibung des Systems bei Spin-Bahn-Kopplung.

2 Hyperfeinstruktur im starken Magnetfeld

In einem Atomstrahlexperiment wird ein Strahl von $^{23}\text{Na}(^2\text{S}_{1/2})$ -Atomen durch ein starkes, inhomogenes Feld B geschossen (Paschen-Back-Bereich). Was passiert mit der Kopplung von I und J zu F ? Man beobachtet, dass der Strahl in acht Teilstrahlen aufspaltet. Wie groß ist die Zusatzenergie ΔE ? Wie groß ist die Kernspinquantenzahl i von ^{23}Na ? Skizzieren Sie schematisch die Aufspaltung.

3 Aufspaltung im Magnetfeld

- Skizzieren Sie die Aufspaltung im Magnetfeld eines p und eines d -Niveaus mit $S = 0$ und beschriften Sie die Unterniveaus mit den jeweiligen Werten der magnetischen Quantenzahl m . Wie groß ist diese Aufspaltung? In wieviele Unterniveaus zerfällt ein Niveau mit gegebenem l ?
- Wieviele unterschiedliche Linien sind beim Übergang von einem d -Niveau in ein p -Niveau zu beobachten? (Berücksichtigen Sie die relevante Auswahlregel!)
- Bei Emission parallel zur Richtung des Magnetfeldes beobachtet man zirkular polarisiertes Licht, senkrecht zur Feldrichtung dagegen linear polarisiertes Licht. Wie erklären Sie das Auftreten unterschiedlicher Polarisationsstypen und die Richtungsverteilung der Emission?