Ferienkurs Experimentalphysik 4
2009

Übung 2

Streuung am Coulomb-Feld

Streuexperimente mit $\alpha-$Teilchen an Gold zeigen das Ergebnis in Abbildung 1. Die theoretische Kurve wurde unter der Annahme berechnet, dass das Wechselwirkungspotenzial $V(r)$ zwischen den einlaufenden Heliumkernen mit Ladung $Z_{He} = 2$ und einem Targetteilchen mit Ladung $Z_{Au} = 79$ und der Stoßparameter $b(\theta)$ gegeben sind durch

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Z_{He}Z_{Au}e^2}{r} = \frac{k}{r}$$

$$b(\theta) = \frac{k}{2E}\cot\frac{\theta}{2}$$

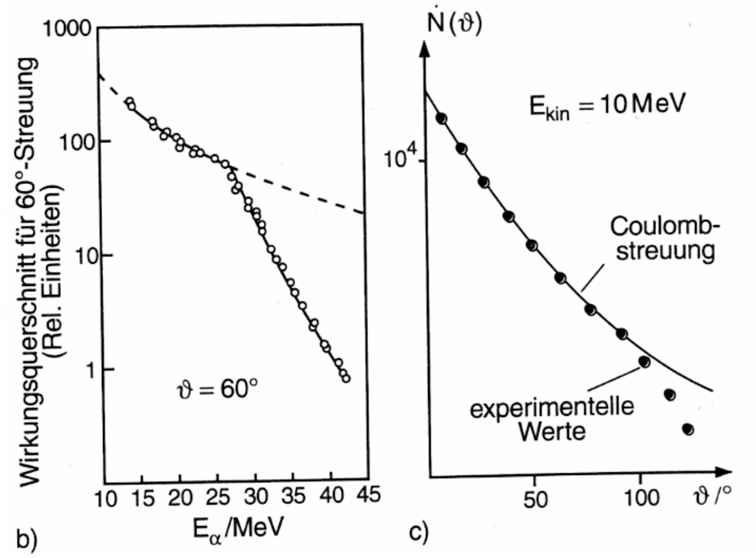

Abbildung 1: Abweichung vom Wirkungsquerschnitt bei konstantem Streuwinkel (links) und konstanter Energie (rechts). Bild aus dem Demtröder Experimentalphysik 3.

a) Interpretieren Sie die Messergebnisse.

b) Warum sollten bei Streuexperimenten möglichst dünne Targetdicken bzw. Targetmaterialien mit geringem Wirkungsquerschnitt verwendet werden?

c) Berechnen Sie mit der Rutherford-Streuformel

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\epsilon_0 E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4\theta/2}$$

die Zählraten für das oben beschriebene Experiment, wobei die $\alpha-$Teilchen mit $E = 15$ MeV und einem Fluss von $\dot{N}_A = 2.5 \cdot 10^5$ 1/s auf eine 0.2 µm dicke Goldfolie (Molvolumen: 10.19 cm^3, $Z_{Au} = 79$) treffen. Unter den Winkeln $\theta = 5°, 10°, 25°$ werden die getreuten Teilchen mit 2×2 cm^2 großen Detektoren in 1 Meter Abstand vom Streuzentrum gemessen.

Rutherfordstreuung

Eine 0.4 µm dicke Goldfolie wird mit $\alpha-$Teilchen beschossen. Die kinetische Energie der Teilchen beträgt 4.8 MeV, die elektrische Stromstärke des Strahls 10 pA. Der Detektor mit einer kreisförmigen Öffnung von 4 cm Durchmesser befindet sich in 2 m Abstand.

a) Berechnen Sie die Anzahl der Teilchen, die in jeder Sekunde um mehr als 90° abgelenkt werden. (Hinweis: $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$).

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein einfallendes Teilchen um mehr als 90° abgelenkt wird?

Bohrsches Atommodell in der Festkörperphysik

Im Festkörper spalten die diskreten Energieniveaus der Elektronen in den Atomen in quasikontinuierliche Zustände, die sogenannten Bänder auf. Diese Bänder sind energetisch durch Bandlücken getrennt. Das niedrigste vollbesetzte Energieband bezeichnet man als Valenzband, das nächsthöhere und somit teilweise besetzte oder leere Band als Leitungsband. Elektrischer Transport kann ausschließlich in nicht vollbesetzten Bändern stattfinden. Die Lage der besetzten Zustände und die Größe der Bandlücke bestimmen das elektrische Verhalten der Festkörper, siehe Abb. 2

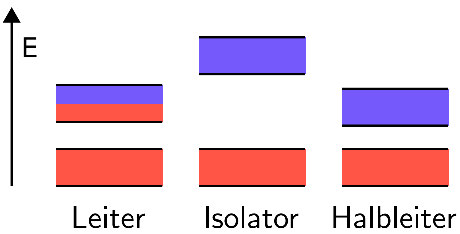

Abbildung 2: Leiter, Isolator und Halbleiter im Bändermodell. Besetzte Zustände sind in rot dargestellt, unbesetzte in blau.

Halbleiter sind Festkörper mit einem unbesetzten Leitungsband, die aber eine niedrige Bandlücke im Bereich von einigen zehntel eV bis zu 2 eV aufweisen, so dass zum Beispiel durch thermische Anregung Elektronen in das Leitungsband gelangen können. Viel wichtiger ist allerdings die Tatsache, dass die Leitfähigkeit eines Halbleiters durch Einbringen einer geringen Menge von geigneten Fremdatomen über viele Größenordnungen verändert werden kann. Dies bezeichnet man als Dotierung.

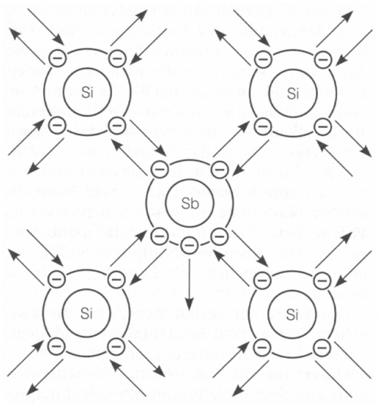

Abbildung 3: Durch Dotierung von Silizium (vier Valenzelektronen) mit Antimon (5 Valenzelektronen) wird ein Überschusselektron erzeugt.

Abb. 3 zeigt schematisch die atomaren Bindungsverhältnisse von Antimon-dotiertem Silizium: Vier der fünf Valenzelektronen des Antimonatoms gehen kovalente Bindungen mit den vier Valenzelektronen von Silizium ein, während das fünfte Valenzelektron quasi freibeweglich ist und somit zur Leitfähigkeit beiträgt.

Wir wollen nun das Bohrsche Atommodell verwenden, um das Donatoratom zu beschreiben. Wir nehmen dabei an, dass sich das Elektron im Feld eines Kerns mit der Ladung $+e$ bewegt (der Großteil der Kernladung wird durch die inneren Elektronenschalen abgeschirmt). Die Abschirmung der Kernladung durch die umliegenden Siliziumatome können wir durch Verwendung der makroskopischen Dielektrizitätskonstanten ϵ von Silizium berücksichtigen.

a)Berechnen Sie die Bindungsenergie des Donatorelektrons im Grundzustand unter Verwendung des Bohrschen Atommodells. Beachten Sie außerdem, dass Sie im Festkörper die Elektronenmasse durch die sogenannte effektive Masse m^* ersetzen müssen. Für Silizium gilt $m^* = 0.2 \cdot m$ und $\epsilon = 11.7$. Wie können Sie mit diesem Ergebnis genauer begründen, dass durch Dotieren die Leitfähigkeit des Halbleiters erhöht wird? (Hinweis: Bei Raumtemperatur gilt $k_B T = 25$ meV)

b)Berechnen Sie außerdem den Radius der ersten Bohrschen Bahn. Wie lässt sich mit diesem Ergebnis die Annahme rechtfertigen, dass wir die Abschirmung des Coulombpotentials durch die makroskopische Dielektrizitätszahl des Materials berücksichtigen können?

Bohrsches Atommodell

Berechnen Sie im Bohrschen Atommodell die Frequenz der Strahlung die beim Übergang zwischen Niveaus der Hauptquantenzahl n und $n-1$ emittiert wird, und zeigen Sie, dass dies im Grenzfall großer Quantenzahlen $n \to \infty$ gerade der Umlauffrequenz des Elektrons entspricht.

Aufenthaltswahrscheinlichkeiten im Wasserstoffatom

Im Grundzustand lautet die Wellenfunktion des Elektrons im Wasserstoffatom

$$\psi(r) = \frac{1}{a^{3/2}\sqrt{\pi}} \exp\left(-{}^{r}/_{a}\right)$$

mit dem Bohrschenradius $a = 0.53$ Å

a) Bestimmen Sie den Radius r_m für den die radiale Aufenthaltswahrscheinlichkeit am größten ist.

b) Berechnen Sie außerdem den Erwartungswert des Abstands zwischen Elektron und Kern $\langle r \rangle$ im Grundzustand und vergleichen das Ergebnis mit dem aus Aufgabe a).

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das Elektron innerhalb bzw. außerhalb des Bohrschenradius a zu finden?