Lösungen zur Probeklausur

- Aufgabe 1:

  Über das Wiensche Verschiebungsgesetz berechnen wir die Temperatur der Sonne
  $$T = \frac{2.8978 \cdot 10^{-3}\,K}{5 \cdot 10^{-7}\,m} = 5795.6\,K$$

  Mit dem Stefan-Boltzmann Gesetz errechnen wir daraus die abgestrahlte Leistung der Sonne
  $$I = \sigma T^4 = 6.4 \cdot 10^7\,\frac{W}{m^2}$$

  Der Strahlensatz ergibt
  $$\frac{E}{S} = \frac{d}{r}$$

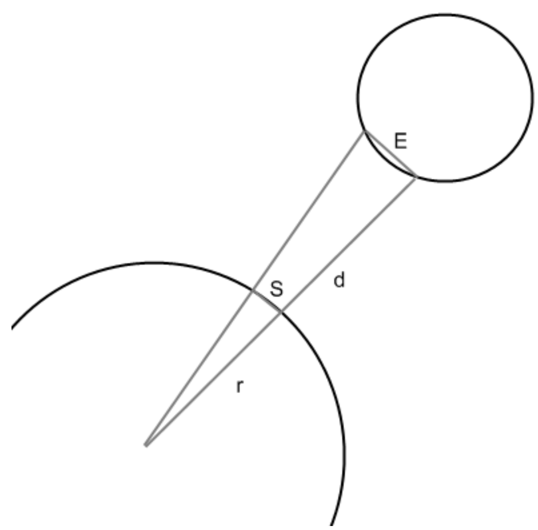

Abbildung 1: Skizze zur Aufgabe

  Das Verhältnis $\frac{E}{S}$ ist uns durch die eingestrahlte Leistung bekannt. Allerdings gilt wegen Fläche $\leftrightarrow$ Strecke
  $$\frac{E^2}{S^2} = \frac{B}{I}$$

Damit kann man nun den Radius der Sonne berechnen

$$r = \sqrt{\frac{B}{I}}d = 6.9 \cdot 10^5\,km\,.$$

- Aufgabe 2:

Betrachte man hierzu die Weglängendifferenz $\triangle s = s_2 - s_1$:

$$s_1 = b \sin 45^\circ + \frac{\lambda}{2} = 2d \tan\Theta \sin 45^\circ + \frac{\lambda}{2} = 2d \tan\Theta \cdot n \sin\Theta + \frac{\lambda}{2}$$

und

$$s_2 = \frac{2d}{\cos\Theta}n$$

Hieraus lässt sich die Weglängendifferenz folgendermaßen schreiben:

$$\triangle s = 2nd \cos\Theta - \frac{\lambda}{2}\,,$$

wobei $\cos\Theta = \sqrt{1 - \frac{\sin 45^\circ}{n^2}} = 0.84696\,.$

$$\triangle s = s_1 - s_2 = \frac{2nd}{\cos\Theta}\left(1 - \sin^2\Theta\right) - \frac{\lambda}{2} = 2nd\cos\Theta - \frac{\lambda}{2} = (2m+1)\,\frac{\lambda}{2}$$

mit $k = 0$ erhält man:$2nd\cos\Theta = \frac{\lambda}{2}$.
Daraus lässt sich nun sehr einfach die Dicke berechnen:

$$d = \frac{\lambda}{4n\cos\Theta} = 0.133\,\mu m\,.$$

- Aufgabe 3:

Bezeichne d den Lochabstand, l die Entfernung des Beobachters und D den Pupillendurchmesser. Für den Betrachtungswinkel α gilt

$$\tan\alpha \approx \alpha = \frac{d}{l}$$

Das Rayleigh-Kriterium liefert dann

$$\alpha = 1.22\frac{\lambda}{D} = \frac{d}{l} \quad \Rightarrow l = \frac{dD}{1.22\lambda} = 49.2\,m$$

Da gilt $l \propto \frac{1}{\lambda}$ und $\lambda_{rot} > 500\,nm > \lambda_{violett}$ kann man nur unter violettem Licht den Abstand vergrößern.

- Aufgabe 4:

Bezeichne E_i die Amplitude des elektrischen Feldes nach dem i-ten Filter.Wegen$I \propto| E|^2$ genügt es das elektrische Feld zu betrachten. Nach dem 1. Filter hat das Feld die Amplitude E_1 (welcher Bruchteil der ursprüngliche Intensität das ist ist für uns uninteressant). Diese Feldstärke teilt in einen parallelen und einen senkrechten Anteil auf

$$\overrightarrow{E_1} = E_1 \cos\theta \overrightarrow{e_\parallel} + E_1 \sin\theta \overrightarrow{e_\perp}$$

Nur der parallele Anteil kann den zweiten Filter passieren. Für den dritten Filter erfolgt die Rechnung analog, nur dass der Zwischenwinkel in $\frac{\pi}{2} - \theta$ übergeht. Für die Amplitude des Feldes nach dem dritten Filter folgt dann

$$E_3 = E_1 \cos\theta \sin\theta$$

Nun muss man nur noch das Minimum finden

$$E_3^{'} = E_1 \left(\cos^2\theta - \sin^2\theta\right) = 0 \quad \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

- Aufgabe 5:

a) Nehmen wir links- und rechtszirkularpolarisierte Wellen (Im Folgenden sind die Vektorpfeile weggelassen):

$$E_l = \frac{e_x - ie_y}{\sqrt{2}} \;\; und \;\; E_r = \frac{e_x + ie_y}{\sqrt{2}}$$

Multipliziert man diese beiden Wellen so wie in der Angabe gegeben, so erhält man:

$$E_l \cdot E_r^* = \frac{1}{2}\left(e_x - ie_y\right)\left(e_x + ie_y\right) = 0\,.$$

b)

$$\frac{e_x - iae_y}{\sqrt{1+a^2}} \cdot E_\perp^* = 0$$

mit $E_\perp^* = \frac{e_x+ibe_y}{\sqrt{1+b^2}}$.
Somit ergibt sich:

$$0 = \frac{(e_x - iae_y)\,(e_x - ibe_y)}{\sqrt{1+a^2}\sqrt{1+b^2}}$$

$\rightarrow 0 = 1 - ab \qquad \rightarrow b = \frac{1}{a}$.
Letztendlich erhält man:$E_\perp = \frac{ae_x - ie_y}{\sqrt{1+a^2}}$.

- Aufgabe 6:

  Der Sichtbereich des Tauchers wird durch die ab einem bestimmten Winkel auftretende Totalreflexion begrenzt. Der Grenzwinkel berechnet sich wie folgt:

$$\theta_{Grenz} = \arcsin\left(\frac{1}{n_{Wasser}}\right) = 48.6^\circ$$

  Für die Kreisfläche des durchsichtigen Bereichs gilt nun:

$$r = 10\,m \cdot \tan\theta_{Grenz} = 11.34\,m\,.$$

$$A = r^2\pi = 408.6\,m^2\,.$$

- Aufgabe 7:

  Für einen Konkavspiegel gilt

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R} \quad \Rightarrow b \approx f = 4\,m$$

  Den Durchmesser des Bildes erhält man über Vergrößerung

$$\frac{B'}{G'} = -\frac{b}{g} \quad \Leftrightarrow \quad B' = -G'\frac{b}{g} = -3.7\,cm$$

  (Bild steht auf dem Kopf)

- Aufgabe 8:

  a) Da $D \ll 1$ ist, darf man die Kleinwinkelnäherung für diese Aufgabe verwenden:

$$\sin\alpha \approx \tan\alpha \approx \alpha$$

Aus der obigen Skizze kann man folgende Beziehung entnehmen:

$$g\tan\alpha = r\tan\beta \quad \rightarrow \beta = \frac{g}{r}\alpha$$

Betrachtet man nun die Winkel, so findet man folgendes:

$$\gamma = \alpha + \beta \quad und \quad \gamma = n\delta$$

Sowie $\epsilon = \beta - \delta$.
Setzt man dies ineinander ein und löst nach ϵ auf, so ergibt sich:

$$\epsilon = \beta - \frac{\gamma}{n} = \frac{(n-1)\,\frac{g}{r} - 1}{n}\alpha$$

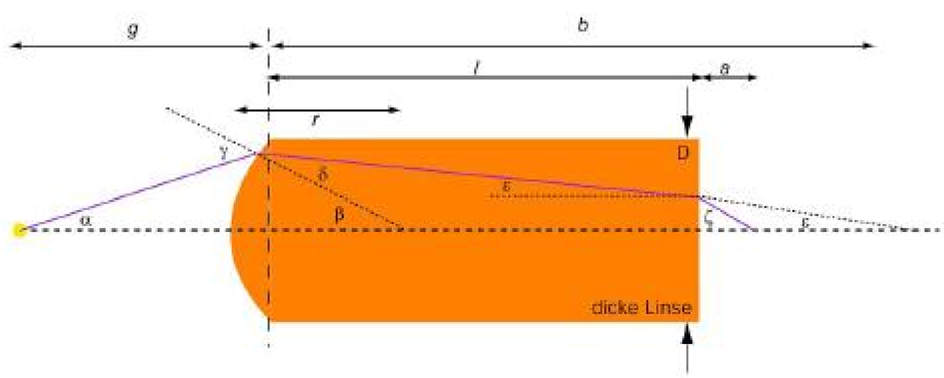

Abbildung 2: Skizze zur Aufgabe

Für die Brechung an einer Kugelschale erhält man mittels $b\tan\epsilon = g\tan\alpha$:

$$\frac{n}{b} + \frac{1}{g} = \frac{n-1}{r}$$

Nun kann man alle gegebenen Werte einsetzten und erhält für $b = 45\,cm$ .Dieser

Wert ist größer als der Stab lang ist!
Entnehmen wir in der Skizze weitere Winkelbeziehungen:

$$\frac{\zeta}{\epsilon} = n \quad und \quad a = (b - l)\,\frac{\epsilon}{\zeta} = 10\,cm\,.$$

Somit treffen die Strahlen sich $10\,cm$ hinter dem Ende des Strahles.

b) Winkelvergrößerung:

$$\frac{\zeta}{\alpha} = (n - 1)\,\frac{g}{r} - 1 = 2\,.$$