

Ferienkurs Experimentalphysik III

Musterlösung Dienstag - Spiegel, Linsen und optische Geräte

Monika Beil, Michael Schreier

28. Juli 2009

1 Aufgabe

Bestimmen Sie das Verhältnis der Brennweiten des Auges eines Tauchers unter Wasser mit und ohne Taucherbrille (ebene Glasplatte). Die Brechungsindizes lauten $n_A = 1.376$, $n_W = 1.333$

Lösung

Gemäß Vorlesung gilt für parallel auf eine gekrümmte (sphärische) Fläche treffendes Licht

$$f = \frac{n_2}{n_2 - n_1} = \frac{n_A}{n_A - n_W}$$

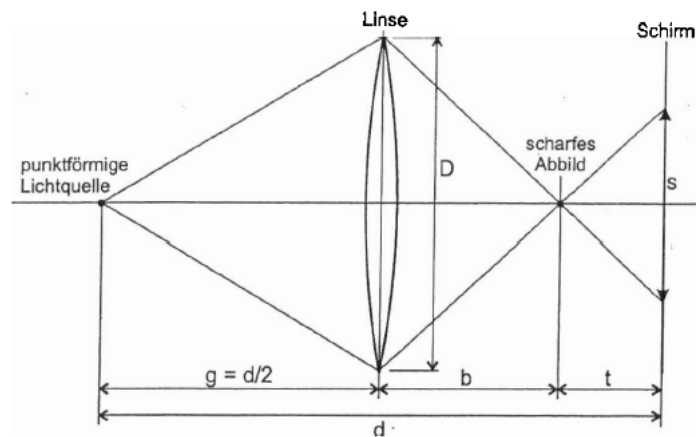
Die Taucherbrille bricht das einfallende Licht (senkrecht zur Oberfläche!) nicht. Statt der Brechung Wasser-Auge findet diese nun an einer Grenzschicht Luft-Auge statt. Also

$$f' = \frac{n_A}{n_A - n_L} \Rightarrow \frac{f}{f'} = \frac{n_A - n_L}{n_A - n_W} \approx 8.74$$

2 Unschärfe Abbildung

Eine punktförmige Lichtquelle befindet sich in einer Entfernung $d = 64\text{cm}$ vor einem Schirm. Zwischen beide wird nun mittig eine dünne, bikonvexe Linse ($|r_{1,2}| = 18\text{cm}$, $D = 7.5\text{cm}$ $n = 1.6$) gebracht. Welche Größe hat die Lichtquelle auf dem Schirm?

Lösung



Wir berechnen zunächst die Brennweite der Linse

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{2(n - 1)}{r_1} \Rightarrow f = 15\text{cm}$$

Die Linsengleichung gibt uns nun den Ort der Abbildung

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{2}{d} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \\ \Rightarrow b &= \frac{fd}{d - 2f} = 28,24\text{cm} \end{aligned}$$

Das Bild wird also vor dem Schirm erzeugt $b < d/2$ und die Lichtstrahlen divergieren danach wieder. Bezeichne s nun den Durchmesser der Abbildung auf dem Schirm, dann folgt aus dem Strahlensatz

$$\begin{aligned} \frac{D}{b} &= \frac{s}{d/2 - b} \\ \Rightarrow s &= \left(\frac{d}{2} - b \right) \frac{D}{b} = 1\text{cm} \end{aligned}$$

3 Dispersion

Die Brennweite einer Linse für Licht der Wellenlänge $\lambda_1 = 500\text{nm}$ betrage $f_1 = 15\text{cm}$. Der Brechungsindex des Linsenmaterials beträgt für diese Wellenlänge $n_1 = 1.400$. Wenn die Dispersionsrelation $\frac{dn}{d\lambda} = -10^{-3}\text{nm}^{-1}$ liefert, wie ist dann die Brennweite der Linse für Licht der Wellenlänge $\lambda_2 = 460\text{nm}$?

Lösung

Wir berechnen zunächst den Unterschied der beiden Wellenlängen

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = -40\text{nm}$$

Da es sich um normale Dispersion handelt muss die Brechzahl mit abnehmender Wellenlänge zunehmen, und zwar um den Betrag

$$\frac{dn}{d\lambda}\Delta\lambda = 0.04 \Rightarrow n_2 = 1.440$$

Stellen wir nun die beiden Wellengleichungen auf und teilen sie durcheinander

$$\begin{aligned} \frac{1}{f_i} &= (n_i - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} &= \frac{n_1 - 1}{n_2 - 1} \end{aligned}$$

Löst man die Gleichung entsprechend auf erhält man $f_2 = 13.6\text{cm}$

4 Dünne Linse

Die Brennweite einer symmetrischen dünnen Sammellinse aus Plexiglas $n = 1.49$ betrage $f = 20\text{cm}$. Berechnen Sie die Radien der Linse.

Die Linse soll einen Gegenstand auf einen Schirm scharf abbilden. Dabei ist der Abstand des Schirms zur Mittelebene der Linse viermal so groß wie der des Gegenstands von der Mittelebene. Berechnen sie Bild- und Gegenstandsweite sowie den Abbildungsmaßstab $\left(\frac{B'}{G'}\right)$ der Linse.

Lösung

Die Gleichung für die Brennweite einer symmetrischen dünnen Linse lautet

$$\frac{1}{f} = 2\frac{n-1}{r} \Leftrightarrow r = 2(n-1)f = 19.6\text{cm}$$

Für die im Text beschriebene Konstruktion gilt $b = 4g$ und somit

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{g} + \frac{1}{4g} = \frac{1}{f} \\ \Rightarrow g &= \frac{5}{4}f = 25\text{cm}, \quad b = 1\text{m} \end{aligned}$$

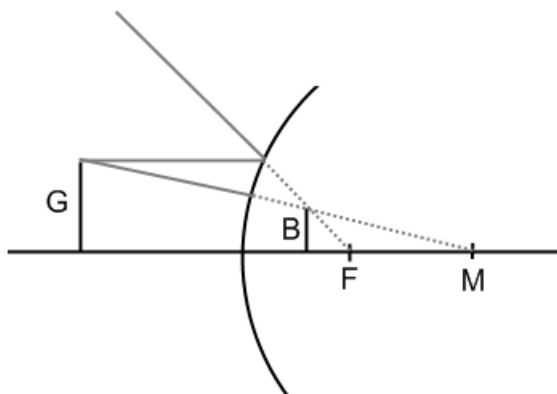
Der Abbildungsmaßstab ist genau die Vergrößerung der Linse und für diese gilt

$$V_T = \frac{B'}{G'} = -\frac{b}{g} = -4$$

5 Konvexspiegel

1. Wie sieht das von einem Konvexspiegel entworfene Bild eines realen Gegenstands aus? Skizzieren Sie den Strahlengang.

Lösung



2. Der Spiegel erzeugt bei relativ kleiner Größe ein großes Blickfeld. Wenn ein Objekt $10m$ vom Spiegel entfernt ist und dieser einen Krümmungsradius vom $1.2m$ besitzt, welchen Abstand hat dann das Bild von der Spiegeloberfläche, und liegt es vor oder hinter dieser?

Lösung

Die Brennweite des Spiegels ist gegeben durch $f = \frac{r}{2}$ ($r < 0$). Damit ergibt sich für die Bildweite

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}$$

$$b = \frac{rg}{2g - r} = -0.566m$$

(Achtung: Wegen des Spiegels ist $r < 0$)

Das (virtuelle) Bild liegt also hinter dem Spiegel

3. Wie groß ist das Bild, wenn das Objekt $2m$ groß ist?

Lösung

$$\frac{B'}{G'} = -\frac{b}{g} \Rightarrow B' = 0.113m$$

Wie schon in der Konstruktion zu sehen steht das Bild aufrecht.

6 Trennbarkeit

Wie klein darf ein Professor auf einer Tafel schreiben (Als Referenz sei hier der Abstand d zweier Linien des E genommen) wenn auch Studenten in der letzten Reihe (Abstand

$l = 25m$) die Schrift noch -wir betrachten den unwahrscheinlichen Fall einer prinzipiell gut lesbaren Schrift- lesen können sollten. Als Pupillendurchmesser sollen $3mm$ angenommen werden.

Lösung

Der minimale Betrachtungswinkel α_{min} ist gegeben durch

$$\alpha_{min} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

Da wir vom ungünstigsten Fall ausgehen müssen wir hier später rotes Licht ($\approx 700nm$) verwenden. Zudem gilt in unserem Fall in guter Näherung für den Beobachtungswinkel

$$\alpha = \frac{d}{l} \Rightarrow d = \frac{1.22\lambda l}{D} = 0.71cm$$

Ein Großbuchstabe muss also mindestens $1.42cm$ groß geschrieben werden um auch in der letzten Reihe noch gelesen werden zu können.

7 Fotografie

Beim Fotografieren kann man die Öffnungsblende des Objektivs variieren. Bei der (scharfen) Abbildung eines Objektes gibt es eine Blendeneinstellung mit optimaler Detailauflösung (förderliche Blende). Begründen Sie, warum sowohl für größere als auch für kleinere Blendeneinstellung das Auflösungsvermögen des Objektivs abnimmt.

Lösung

Für die Blende F gilt $F \sim \frac{1}{D}$. Eine Verringerung der Blendenöffnung D hat eine höhere Schärfentiefe ($\sim \frac{1}{D}$) zur Folge, gleichzeitig erhöht sich aber auch der minimale Winkel für zwei trennbare Punkte (Reyleigh-Kriterium $\sim \frac{1}{D}$) und Feinheiten werden nicht mehr scharf dargestellt. Im umgekehrten Fall werden zwar Feinheiten besser dargestellt, der Schärfentiefebereich nimmt aber ab.

8 Umgelenkter Strahl

Ein Gegenstand (vernachlässigbare Ausdehnung) befindet sich $15cm$ links vor einer dünnen Sammellinse mit Brennweite $f = 7.5cm$. Rechts der Linse befindet sich im Brennpunkt ein Spiegel dessen ebene Oberfläche um 15° gegen die optische Achse geneigt ist. Welchen Abstand hat das entstehenden Bild von der optischen Achse? Ist es reell oder virtuell?

Lösung

Mit der Abbildungsgleichung erhalten wir für die Bildweite

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow b = 15cm$$

Nach $7.5cm$ trifft der Strahl jedoch auf den Spiegel und der Rest l der Wegstrecke wird um $30^\circ = 2 \cdot 15^\circ$ abgelenkt. Für den Abstand h von der optischen Achse gilt jetzt

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{l} \Rightarrow h = l \sin 30^\circ = 3.75cm$$

9 Teleskop

Ein Gegenstand von 5cm Höhe in 25m Entfernung soll mittels eines Teleskops erkannt werden. Das Teleskop besitzt eine Objektivbrennweite von 500mm und eine Okularbrennweite von 16mm . Wie groß ist die Winkelauflösung (Verhältnis der Winkel des ausgehenden/einfallenden Strahls zur optischen Achse) dieses Instruments? Wenn die Bildweite des Okulars auf 20cm eingestellt ist, erscheint der Gegenstand wie hoch?

Lösung

Bezeichne α den einfallenden und β den ausgehenden Winkel sowie B'_1 die Größe des Zwischenbildes. Für die Winkelauflösung folgt dann wegen $25\text{m} \gg f_{Ob}$

$$\begin{aligned}\tan \alpha &\approx \alpha = \frac{B'_1}{f_{Ob}} \\ \tan \beta &\approx \beta = \frac{B'_1}{f_{Ok}} \\ \Rightarrow \frac{\beta}{\alpha} &= \frac{f_{Ob}}{f_{Ok}} = V_F = 31.25\end{aligned}$$

Da gemäß Vorlesung gilt $V_F \frac{b}{g} = \frac{B'}{G'}$ ergibt sich die Bildgröße zu

$$B' = V_F \frac{bG'}{g} = 1.25\text{cm}$$