Lösungen
Strom und Magnetismus

Martina Stadlmeier

08.09.2009

1. a) $\Delta Q = I\Delta t = 1200\,\mathrm{C}$
   b) $N_e = \frac{\Delta Q}{e} = 7,5 \cdot 10^{21}$

2. a) $N = \frac{I\Delta t}{2e} = 2,3 \cdot 10^{12}$
   b) Zunächst muss man die Geschwindigkeit der Teilchen berechnen: $v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 3,1 \cdot 10^7 \frac{m}{s}$
   Dann verwendet man den Ansatz: $j = \frac{N}{V}qv = \frac{I}{A}$
   $\Rightarrow N = 5000$
   c) $U = \frac{E}{2e} = 10^7\,\mathrm{V}$

3. $R = \rho_s \frac{l}{A} = 2,0\,\Omega$

4. a) Bei gleicher Spannung U fließt genau dann derselbe Strom durch beide Drähte, wenn $R_{Cu} = R_{Fe}$, also

$$\rho_{Cu}\frac{1}{\pi r_{Cu}^2} = \rho_{Fe}\frac{1}{\pi r_{Fe}^2}$$

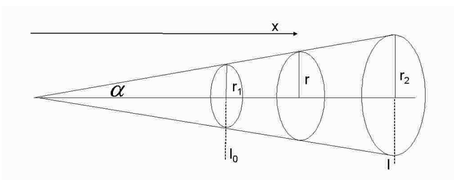
$$\Rightarrow \frac{r_{Cu}}{r_{Fe}} = \sqrt{\frac{\rho_{Fe}}{\rho_{Cu}}} = 2,4$$

   b) Nein, dies ist nicht möglich, denn:

$$I(r) = \frac{U\pi}{\rho l}r^2 \Rightarrow j(r) = \frac{I(r)}{\pi r^2} = \frac{U}{\rho l}$$

   Somit ist die Stromdichte nur abhängig vom spezifischen Widerstand und nicht vom Radius r.

5. Zur Veranschaulichung:



   Um den Gesamtwiderstand R zu berechnen schlägt man folgenden Lösungsweg ein:

$$R = \rho \int_{l_0}^{l} \frac{1}{A(x)}\, dx$$

es gilt:

$$\sin\alpha = \frac{r_1}{l_0} = \frac{r_2}{l} \Rightarrow l_0 = \frac{r_1}{r_2} l$$

$$l - l_0 = L$$

$$A(x) = \pi r^2(x) = \pi \sin^2\alpha\, x^2 = \frac{\pi r_1^2}{l_0^2} x^2$$

Das Einsetzten all dieser Beziehungen und Lösen des Integrals liefert schließlich:

$$R = \frac{\rho L}{\pi r_1 r_2}$$

6. a) Die Drähte sind in Serie geschaltet, somit fließt durch beide derselbe Strom I und man erhält:

$$\frac{U_{Cu}}{U_{Fe}} = \frac{R_{Cu}}{R_{Fe}} \text{ und es gilt: } U = U_{Cu} + U_{Fe}$$

$$\Rightarrow U_{Cu} = 15\,\mathrm{V}$$
$$\Rightarrow U_{Fe} = 85\,\mathrm{V}$$

b) $j = \frac{I}{A} = \frac{U}{R\pi r^2} = 8,5 \cdot 10^7 \frac{A}{m^2}$
c) $E = j\rho_s$

$$E_{Cu} = 1,5 \frac{V}{m}$$
$$E_{Fe} = 8,5 \frac{V}{m}$$

7. Für das Verhältnis der Widerstände erhält man:

$$R_A = \rho \frac{l}{\pi r^2}$$
$$R_B = \rho \frac{l}{\pi\,(r_a^2 - r_i^2)}$$
$$\frac{R_A}{R_B} = 0,75$$

8. a) $p = \frac{RI^2}{V} = \rho j^2$
mit $j = \frac{E}{\rho}$ folgt dann $p = \frac{E^2}{\rho}$
b) $U = \sqrt{PR} = 94\,\mathrm{mV}$
Wegen $P = UI = UjA$ folgt $j = \frac{P}{U\pi r^2} = 1,35 \cdot 10^5 \frac{A}{m^2}$

9. a) $\overline{I} = \frac{500 \cdot I \Delta t}{1s} = 25\,\mu\mathrm{A}$
b) $\overline{P} = U\overline{I} = \frac{E}{q}\overline{I} = 1,25\,\mathrm{kW}$
$P_{max} = UI = 25\,\mathrm{MW}$

10. Die Physik bei diesen Aufgaben besteht eigentlich nur darin, die ersten -in diesem Fall- drei Gleichungen aufzustellen:

$$U_a - I_1 R_1 + I_2 R_2 = 0$$
$$-U_b - I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0$$
$$I_1 + I_2 = I_3$$

Der Rest der Aufgabe ist Mathematik und besteht darin, das lineare Gleichungssystem zu lösen:

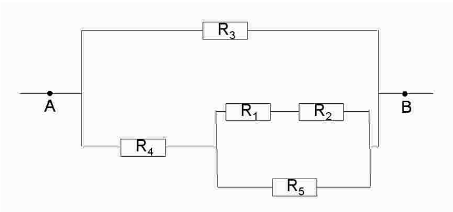
$$I_1 = \frac{U_a(R_2+R_3)-U_bR_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}$$

$$I_2 = \frac{-U_aR_3-U_bR_1}{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}$$

$$I_3 = \frac{U_aR_2-U_b(R_1+R_2)}{R_1R_2+R_2R_3+R_1R_3}$$

11. a) $R_{ges} = R_1 + \frac{R_1R_3R_4}{R_2R_3+R_3R_4+R_2R_4} = 120\,\Omega$
b) $I_1 = \frac{U}{R_{ges}} = 0,05\,\mathrm{A}$
$I_2 = I_3 = 0,02\,\mathrm{A}$
$I_4 = 0,013\,\mathrm{A}$

12. a) Zeichnet man die Schaltung um, so erhält man:



$$R_{ges} = 63\,\Omega$$

b) $U = U_0\frac{R_{ges}}{R_i+R_{ges}} = 5,2\,\mathrm{V}$
c) Am einfachsten berechnet man den Strom durch R_3: $I_3 = \frac{U}{R_{ges}} = 52\,\mathrm{mA}$
Somit ergibt sich für I_4: $I_4 = I - I_3 = \frac{U}{R_{ges}} - I_3 = 30,5\,\mathrm{mA}$

13. a) $U_1 = U_0 - R_iI \Rightarrow R_i = 13\,m\Omega$
$R_a = \frac{U_1}{I} = 67\,m\Omega$
b) $U_1 = U_0\frac{R_a}{2R_a} = \frac{U_0}{2}$
c) Für den Fall a) ist die verbrauchte Leistung $P = UI = RI^2$
$P_i = 0,3\,\mathrm{kW}$
$P_a = 1,5\,\mathrm{kW}$
Für den Fall b) muss zunächst noch der Strom I berechnet werden: $I = \frac{U_0}{2R_a} = 90\,\mathrm{A}$.
$\Rightarrow P = 0,54\,\mathrm{kW}$

14. a) $Q_1 = C_1U_1 = 0,02\,\mathrm{C}$
$E_1 = \frac{1}{2}C_1U_1^2 = 10\,\mathrm{J}$
Nach dem Verbinden fließt soviel Ladung auf den zweiten Kondesator, bis an beiden Kondensatoren dieselbe Spannung U_2 anliegt. Es gilt:
$Q_1' + Q_2 = Q_1$
$U_2 = \frac{C_2}{Q_2} = \frac{C_1}{Q_1'} \Rightarrow Q_1' = \frac{C_1}{C_1+C_2}Q_1 = 0,013\,\mathrm{C}$
$\Rightarrow E_1' = 4,4\,\mathrm{J}$
b) $U_2 = \frac{Q_1'}{C_1} = 667\,\mathrm{V}$
Die Gesamtladung bleibt unverändert! Zur Berechnung der Gesamtenergie benötigt man noch die in C_2 gespeicherte Energie: $E_2 = \frac{1}{2}C_2U_2^2 = 2,22\,\mathrm{J}$
Die Gesamtenergie E beträgt somit 6,66J und ist geringer als die zu Beginn in Kondensator 1 gespeicherte Energie. Die Differenz ging als Joul'sche Wärme im Leitungswiderstand verloren.

15. Die Stromstärke I berechnet sich, indem man sich überlegt, wie oft das Elektron mit der Ladung e pro Sekunde um den Kern umläuft, also:

$$I = e \cdot f = e \cdot \frac{\omega}{2\pi}$$

ω erhält man durch das Gleichgewicht zwischen Coulomb- und Radialkraft:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = mr\omega^2$$

$$\Rightarrow I = \frac{e^2}{4\pi}\sqrt{\frac{1}{\pi\epsilon_0 r^3 m}} = 1\,\text{mA}$$

Das Magnetfeld um den Kern berechnet sich mit: $B = \frac{\mu_0 I}{2r} = 12,5\,\text{T}$

16. a) $j = nev_D = \frac{I}{A} \Rightarrow v_D = 0,78 \cdot 10^{-3}\frac{m}{s}$
b) $U_H = \frac{I}{ned}B = 0,156\,\mu\text{V}$
c) $fracFl = BI = 20\,\frac{N}{m}$

17. Hier wendet man das Ampérsche Gesetz an: $\oint B\,ds = \mu_0 I$, also $B(r) = \frac{\mu_0 I(r)}{2\pi r}$

- $r \leq r_1 \Rightarrow B(r) = 0$
- $r_1 \leq r \leq r_2 \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{r^2 - r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}$
- $r_2 \leq r \leq r_3 \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
- $r_3 \leq r \leq r_4 \Rightarrow B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(1 - \frac{r^2 - r_3^2}{r_4^2 - r_3^2})$
- $r_4 \leq r \Rightarrow B(r) = 0$

18. Auch hier arbeitet man mit dem Ampérschen Gesetz:

$$\oint H\,ds = \oint H_E + H_L\,ds = IN$$

$$H_E(2\pi\,r - d) + H_L d = IN$$

Außerdem gilt immer, dass $B_L = B_E$, also $\mu_0 H_L = \mu_0\mu_r H_E$

$$H_E = \frac{NI}{2\pi\,r + (\mu_r - 1)d} = 2,48 \cdot 10^3\frac{A}{m}$$
$$H_L = \frac{NI\mu_r}{2\pi\,r + (\mu_r - 1)d} = 1,24 \cdot 10^6\frac{A}{m}$$

19. a) $\overrightarrow{E}\perp\overrightarrow{v_0}$ und $\overrightarrow{E}\perp\overrightarrow{B}$
b) Ansatz: $Bqv_0 = Eq \Rightarrow \mu_0 H v_0 = \frac{U}{d} \Rightarrow H = \frac{U}{\mu_0 d} = 8 \cdot 10^3\frac{A}{m}$
c) $B = \mu_0 nI \Rightarrow I = \frac{B}{\mu_0 n} = \frac{H}{n} = 20\,\text{A}$
d) Wenn $v > v_0$ dann erfolgt eine Ablenkung in Richtung des mangetischen Feldes, wenn $v < v_0$ erfolgt die Ablenkung in Richtung des elektrischen Feldes.