

Repetitorium Theoretische Quantenmechanik, WS 08/09

1. (Freie und gebundene Zustände des δ -Potentials)

Gegeben sei das Potential

$$V(x) = -F\delta(x) \quad F > 0, x \in \mathbb{R}$$

- Suchen Sie die gebundenen Lösungen ($E < 0$), die an dem δ -förmigen Potential lokalisiert sind.
- Betrachten Sie nun ungebundene Zustände ($E > 0$). Untersuchen Sie die Streuung einer von $-\infty$ in Richtung $+\infty$ laufenden ebenen Welle an diesem Potential indem Sie den Reflexion- und Transmissionskoeffizienten bestimmen.

2. (Gestörter Potentialtopf)

Gegeben sei ein unendlich hoher, eindimensionaler Potentialtopf mit

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x \in [0, a] \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

- Berechnen Sie die Energieeigenwerte und die Wellenfunktionen der Eigenzustände von $\mathcal{H}_0 = \frac{1}{2m}p^2 + V(x)$
- Nun wird \mathcal{H}_0 durch eine δ -förmige Störung der Form

$$\mathcal{H}' = b\delta(x - a/2)$$

gestört. Berechnen Sie die Energiekorrektur in erster Ordnung Störungstheorie und begründen Sie, warum die Energieeigenwerte mit geradem n nicht durch die Störung beeinflusst werden.

3. (Kommutatoren)

Gegeben sei der Hamiltonoperator

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^n p_i^2 + V(x_1, \dots, x_n)$$

- Berechnen Sie den Kommutator $[\mathcal{H}, x_k]$ mit $k \in \{1, \dots, n\}$.
- Berechnen Sie den Kommutator $[\mathcal{H}, p_k]$ mit $k \in \{1, \dots, n\}$.