

Ferienkurs Elektrodynamik - WS 08/09

1 Energieberechnung

Eine Vollkugel mit Radius R trägt die Ladungsdichte $\rho(r) = kr$ und befinde sich in einem ansonsten Ladungsfreien Raum. Berechnen Sie die Energie des Systems auf zwei verschiedene Arten und verifizieren Sie damit ihr Ergebnis.

2 Kugel mit vorgegebenem Potential

Auf einer Kugelschale mit Radius R ist folgendes Potential vorgegeben:

$$\Phi(R, \theta, \phi) = \Phi_0 \sin \theta \cos \phi$$

In den Bereichen $r < R$ und $r > R$ gibt es keine Ladungen. Für $r \rightarrow \infty$ ist das elektrische Feld $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{e}_z$. Bestimmen Sie das Potential im Inneren und Äußeren der Kugel.

Hinweis: Verwenden Sie die allgemeine Lösung der LAPLACE-Gleichung und drücken Sie die Randbedingungen durch Kugelflächenfunktionen aus.

$$Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, \quad Y_{1,\pm 1} = \mp \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{\pm i\phi}$$

3 Entladung eines Kondensators

Ein Plattenkondensator aus zwei parallelen Kreisscheiben mit Radius r und Abstand d wird über einen Widerstand R entladen. Die Anfangsladungen auf den Platten sind dabei $\pm Q_0$. Bestimmen Sie zunächst die Ladungen $\pm Q(t)$ und anschließend das Magnetfeld sowie den POYNTING-Vektor am Rand der Platten.

4 Punktladung vor Metallplatte

Eine Punktladung q befinde sich im Abstand a über einer unendlich ausgedehnten Metallplatte. Bestimmen Sie die Oberflächenladung σ und die auf der Metallplatte induzierte Ladungsmenge. Wie lange dauert es, bis die Punktladung die Platte erreicht?

$$\int dx \frac{x^2}{\sqrt{\alpha - x^2}} = -\frac{x}{2} \sqrt{\alpha - x^2} + \frac{a}{2} \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{\alpha - x^2}}$$

5 Green-Funktion

Berechnen Sie mittels FOURIER-Transformation die GREEN-Funktion $G(\mathbf{x})$ des LAPLACE-Operators. Geben Sie damit die allgemeine Lösung der POISSON-Gleichung für eine Punktladung q , die sich am Ort \mathbf{x}_0 befindet, an.

$$\Delta \Phi(\mathbf{x}) = -\frac{\rho(\mathbf{x})}{\varepsilon_0}$$