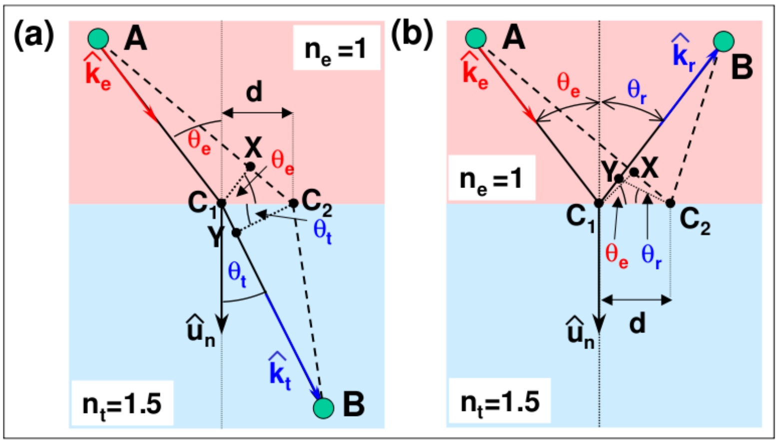
Ferienkurs Experimentalphysik 3 - Übungsaufgaben
Geometrische Optik - Lösung

Matthias Brasse, Max v. Vopelius

24.02.2009

Aufgabe 1:

Zeigen Sie mit Hilfe des Fermatschen Prinzips, dass aus der Minimierung des optischen Wegunterschieds für zwei mögliche Wege $\overline{PQ}$ das Reflexions- und Brechungsgesetz folgen.



Lösung

a) Unterschied der optischen Weglänge:

$$n_1 \cdot \overline{XC_2} - n_2 \cdot \overline{YC_1} = n_1 \cdot d \cdot \sin\Theta_e - n_2 \cdot d \cdot \sin\Theta_t \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow n_1 d \sin\Theta_e = n_2 d \sin\Theta_t \text{bzw.} n_1 \sin\Theta_e = n_2 \sin\Theta_t$$

b) $d \ll \overline{PC_1}, \overline{QC_1}$ (eigentlich infenitesimaler Unterschied d)

$$n_1 \overline{C_1 Y} - n_1 \overline{C_2 X} = n_1 d \cos\Theta_e - n_1 d \cos\Theta_t \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \Theta_e = \Theta_t$$

Aufgabe 2:

a) Zur Korrektur der Kurzsichtigkeit eines Auges (hervorgerufen durch Verlängerung des Augapfels) ist ein Brillenglas mit einer Dioptrienzahl von $D = -2$ erforderlich. Bestimmen Sie die maximale Entfernung s_{max}, auf die das Auge ohne Brille akkomodieren kann.

b) Ein altersweitsichtiges Auge (normale Länge des Augapfels) kann nur noch bis herab zu $s_{min} = 40cm$ akkomodieren. Bestimmen Sie die erforderliche Dioptrienzahl einer Brille, die scharfes Sehen bis $s_0 = 20cm$ ermöglicht. Bis zu welcher maximalen Entfernung kann das Auge mit Brille noch akkomodieren.

Lösung

a) $D = \frac{1}{f} \rightarrow f = -0,5m$
Ziel: parallele Strahlen ($g \rightarrow \infty$) fokussieren im Punkt s_{max} des Auges.
$\Rightarrow b = f = -s_{max} \rightarrow s_{max} = 0,5m$

b) $g = 0,2m \rightarrow$ soll erreicht werden
$b = -0,4m \rightarrow$ virtuell, muss auf gleicher Seite entstehen und Punkt minimaler Akkomodierfähigkeit treffen
$\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f} \rightarrow f = 0,4m$ $\underline{D = 2.5}$
scharf sehen bis zu dem Punkt bei dem Strahlen parallel in die Linse kommen (also $b \rightarrow \infty$), bis $g = 0.4m$ möglich.

Aufgabe 3:

Auf einen sphärischen Konkavspiegel mit einem Durchmesser von $40cm$ und einem Krümmungsradius von $60cm$ falle ein Lichtbündel parallel zur optischen Achse. Reflektierte Strahlen schneiden die optische Achse nicht genau im Brennpunkt. Den Abstand dieses Schnittpunktes zum Brennpunkt nennt man sphärische Längenaberration.

a) Bestimmen Sie die Längenaberration als Funktion des Einfallwinkels α (Winkel zwischen einfallendem Strahl und Einfallslot).

b) Die Breite des Lichtbündels sei größer als der Durchmesser des Spiegels. Berechnen Sie die größte vorkommende Längenaberration.

c) Zeigen Sie, daß die Lichtintensität auf der optischen Achse tatsächlich im Brennpunkt maximal ist.

Lösung

a)

- (i) $s = \frac{R}{2} \cdot \frac{1}{\cos\alpha}$ $f = \frac{r}{2}$,
- (ii) $x = s - f = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha} - 1\right)$, Dreieck gleichschenklig, Basis r und Winkel α

b)

$$\sin\alpha = \frac{h}{R} \to \alpha_{max} = \arcsin\left(\frac{d}{2r}\right) = 19,5\,^\circ$$
$$x_{max} = 1,8cm$$

c) Intensität $\Phi \sim$ bestrahlte Fläche
$\Rightarrow$ Änderung $d\Phi \sim 2\pi y dy$ (Fläche eines Kreissegments, da das auftreffende Licht eine Kreisfläche sieht mit Abstand y zum Mittelpunkt)
Wir suchen $\frac{d\Phi}{dx}$, also die Änderung nicht auf die Höhe, sondern den Abstand zum Brennpunkt bezogen. Dies soll gerade an der Stelle $x = 0$ maximal sein.

$$\begin{aligned}
& y = R\cdot\sin\alpha, \quad dy = R\cos\alpha d\alpha \\
\Rightarrow \quad & d\Phi \sim 2\pi R^2 \sin\alpha\cos\alpha d\alpha \\
& \frac{dx}{d\alpha} = \frac{R}{2}\cdot\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha} \\
\rightarrow \quad & d\Phi \sim 2\pi R^2 \sin\alpha\cos\alpha \frac{2}{R}\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha} dx = 4\pi R\cos^3\alpha dx \\
& \cos\alpha = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{R}{2}+x} = \frac{R}{2x+R} \\
\Rightarrow \quad & \frac{d\Phi}{dx} \sim 4\pi\frac{R^4}{(2x+R)^3} \Rightarrow \text{maximal für } \underline{x=0}
\end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Gegeben sei ein Fernrohr mit dem Objektivdurchmesser D und der Vergrößerung v. Bestimmen Sie das Verhältnis der Beleuchtungsstärken (Strahlungsleistung pro Flächeneinheit) der Bilder, die von weit entfernten Gegenständen auf die Netzhaut eines Auges (Pupillendurchmesser d) mit und ohne Fernrohr projeziert werden.

Lösung

H := Helligkeit / Beleuchtungsstärke

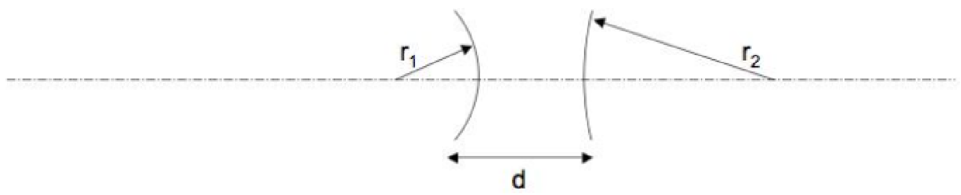
$$\begin{aligned}
& H \propto \frac{\phi_e^2}{B^2}, \text{ Öffnungswinkel } \phi_e \propto \text{Objektivdurchmesser } D_e \\
& \text{Vergrößerung} V_T = \frac{f}{f-g} = -\frac{b}{g} = \frac{B}{G} \rightarrow b = f \text{ , da } g \gg f \\
\rightarrow \quad & B^2 \propto f^2 \\
\Rightarrow \quad & H \propto \frac{D^2}{f^2} \\
& v = \frac{f_{\text{mit Instrument}}}{f_{\text{ohne Instrument}}} \\
\Rightarrow \quad & \frac{H_{\text{mit}}}{H_{\text{ohne}}} \propto \frac{\frac{D_e^2}{f^2}}{d^2} f'^2 = \underline{\frac{D^2}{v^2 d^2}}
\end{aligned}$$

Aufgabe 5:

Ein Okular bestehe aus zwei dünnen Plankonvexenlinsen mit den Krümmungsradien r_1 und r_2 im Abstand $d = 2.604cm$ voneinander (siehe Skizze). Ein solches System hat eine Brennweite f, wobei $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$.

a) Das Okular soll als Lupe die Vergrößerung $v = 10$ besitzen. Wie groß muss dann die Brennweite f gewählt werden?

b) Die Brennweite f des Okulars soll bei der Wellenlänge λ_0 unabhängig von kleinen Wellenlängenänderungen sein (Achromat). Bei λ_0 habe das Material beider Linsen den Brechungsindex $n = 1.4$. Berechnen Sie die Krümmungsradien r_1 und r_2 der beiden Linsen.



Lösung

Brennweite eines Linsensystems ist $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$

a) $v = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{s_0}{f} = 10$ (Vergrößerung einer Lupe)
$\rightarrow f = 2,5cm$

b) $\frac{df}{d\lambda} = 0$ Bedingung dass Brennweite unabhängig von $d\lambda$ sein soll.
Brennweite dünne Linse: $\frac{1}{f_i} = (n-1)\left(\frac{1}{r_{i1}} + \frac{1}{r_{i2}}\right) = \frac{n-1}{r_1}$ (eine Seite plan)

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{n-1}{r_1} + \frac{n-1}{r_2} - \frac{d\,(n-1)^2}{r_1 r_2}$$

$$\rightarrow \quad f = \underbrace{\frac{r_1 r_2}{(n-1)\left[r_2 + r_1 - (n-1)\,d\right]}}_{N}$$

$$\frac{df}{d\lambda} = \frac{df}{dn}\frac{dn}{d\lambda} = \frac{r_1 r_2}{N^2}\left[\frac{dn}{d\lambda}\left(r_2 + r_1 - (n-1)\,d\right) + (n-1)\,(-d)\,\frac{dn}{d\lambda}\right] \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow (I) \quad r_2 + r_1 - 2\,(n-1)\,d \stackrel{!}{=} 0$$

$$(II) \quad r_1 r_2 = (n-1)\,f r_2 + (n-1)\,f r_1 - (n-1)^2\,fd$$

$$(I)\,\text{in}\,(II) \quad 2\,(n-1)\,dr_2 - r^2 = (n-1)\,fr_2 + (n-1)\,f\,(2\,(n-1)\,d - r_2) - (n-1)^2\,fd$$

$$r_2^2 - 2\,(n-1)\,dr_2 + (n-1)^2\,fd = 0$$

$$r_{1,2} = (n-1) \pm \sqrt{(n-1)^2\,d^2 - (n-1)^2\,df}$$

$$(n-1)\,d\left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{f}{d}}\right]$$

$$r_1 = 1,25cm$$

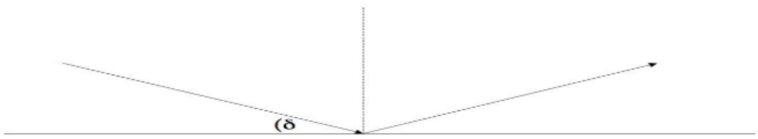
$$r_2 = 0,83cm$$

Aufgabe 6:

Quarz hat für Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 2nm$ den Brechungsindex $n \simeq 1 - a\lambda^2$ mit $a = 0.575 \cdot 10^{14} m^{-2}$. Beachten Sie, daß gilt: $n < 1$. Der Brechungsindex in Luft sei 1.

a) Ein Neutronenstrahl werde durch ein Quarzprisma mit Öffnungswinkel $\gamma = 120\,^\circ$ abgelenkt. Skizzieren Sie den Strahlengang für den symmetrischen Durchgang. Zeigen Sie, daß bei symmetrischem Strahlengang im Fall $n = 1$ der Ablenkwinkel δ (Winkel zwischen Strahl vor und nach dem Prisma) in erster Näherung gegeben ist durch $\delta = 2\,(1-n)\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)$. Berechnen Sie in dieser Näherung den Ablenkwinkel δ und die Dispersion $d\delta/d\lambda$ für Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 2nm$.

b) Der Neutronenstrahl werde an einer ebenen Quarzoberfläche totalreflektiert. Zeigen Sie, daß der Grenzwinkel δ' der Totalreflektion bei streifendem Einfall (siehe Skizze) in erster Näherung gegeben ist durch δ' = ...Berechnen Sie den Grenzwinkel δ' für Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 2nm$. Neutronen welcher Wellenlänge werden bei einem festen Einfallswinkel δ (siehe Skizze) totalreflektiert?



Lösung

a)

$$
\begin{aligned}
& \alpha' + \alpha' + (\pi - \gamma))\pi \\
\Rightarrow \quad & 2\alpha' = \gamma \\
& (\alpha' - \alpha) + (\alpha' - \alpha) + (\pi - \delta) = \pi \\
\Rightarrow \quad & \delta = 2\,(\alpha' - \alpha) \\
& \text{und } \sin\alpha = n \sin\alpha' \\
& n \approx 1 \rightarrow \alpha \approx \alpha' \rightarrow \text{Entwicklung } \sin\alpha' \text{ um } \alpha \\
& \Rightarrow = n\,[\sin\alpha + (\alpha' - \alpha)\cos\alpha + \dots]\ (1.\ \text{Ordg}) \\
& (1-n)\tan\alpha = n\,(\alpha' - \alpha) \\
& (1-n)\tan\frac{\gamma}{2} = \frac{\delta}{2} \\
\Rightarrow \quad & n = 1 - a\lambda^2 \\
\Rightarrow \quad & \delta = a\lambda^2 \tan\frac{\gamma}{2} = 8 \cdot 10^{-4} rad \\
& \\
& \frac{d\delta}{d\lambda} = 4a\lambda\tan\frac{\gamma}{2} = 8 \cdot 10^{-4} rad
\end{aligned}
$$

b) $\delta' + \Theta = \frac{\pi}{2}$, $n_1 = 1$, $n = 1 - a\lambda^2$

$$
\begin{aligned}
& n \cdot \underbrace{\sin 90\,^\circ}_{1} = 1 \cdot \sin\Theta = 1 \cdot \cos\delta' \simeq 1 - \frac{\delta'^2}{2} \\
\Rightarrow \quad & n - 1 = \frac{\delta'^2}{2} \\
\Rightarrow \quad & \delta' = \sqrt{2\,(1-n)} \\
& n = 1 - a\lambda^2 \;\; \lambda = 2nm \quad \rightarrow \delta' = 2,14 \cdot 10^{-2} rad = 1,23^{\,circ} \\
& \\
& \delta = \sqrt{2a} \cdot \lambda \;\; \breve{\lambda} \geq \lambda = \frac{1}{\sqrt{2a}} \delta
\end{aligned}
$$

Aufgabe 7:

Ein Gegenstand wird durch eine dünne bikonvexe Glaslinse ($n = 1.5$) mit den Krümmungsradien $30cm$ und $50cm$ auf einen Schirm abgebildet. Das Bild hat die halbe Größe des Gegenstandes. Wie weit ist die Linse vom Gegenstand und wie weit vom Schirm entfernt?

Lösung

$$
\begin{aligned}
& B = \frac{1}{2} G \rightarrow b = \frac{1}{2} g \\
& \frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{3}{g} = \frac{1}{f} \\
& \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = 0,5 \cdot \left(\frac{1}{30cm} + \frac{1}{50cm}\right) \approx \frac{1}{40cm} \\
\Rightarrow \quad & g = 120cm, \;\; b = 60cm
\end{aligned}
$$

Aufgabe 8:

Auf dem Boden eines Beckens mit der Wassertiefe $d = 1m$ liegt eine Münze, die ein Junge, dessen Augen sich $h = 1m$ über der Wasserfläche befinden, unter einem Winkel von $45\,^\circ$ zur Wasseroberfläche sieht. Unter welchem Winkel wird er sie sehen nachdem das Wasser abgelassen ist?

Lösung

- $\sin\alpha = n_w \sin\beta$
- $x_1 = d \cdot \tan\alpha$
- $x_2 = d \cdot \tan\beta$

$$
\Rightarrow \gamma = \arctan\left(\frac{2d}{x_1 + x_2}\right) = \arctan\left(\frac{2}{\tan\alpha + \tan\left(arcsin\left(\frac{1}{n_w}\sin\alpha\right)\right)}\right) = \underline{50,86\,^\circ}
$$

Aufgabe 9:

Berechnen Sie die Brennweite einer dicken bikonvexen Linse aus Kronglas SK1 und den Krümmungsradien $+20cm$ und $-20cm$. Die Linse sei $4cm$ dick und befinde sich in Luft ($n = 1$).

Lösung

Möglichkeit (a): Im Skript verwendete Formel:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= (n-1)\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n-1)\,d}{n r_1 r_2}\right] \\ r_1 &= 20cm \;\; r_2 = -20cm \;\; n_{SK1} = 1,61016 \\ \Rightarrow f &= \underline{0,17m} \end{aligned}$$

Möglichkeit (b): Hintereinanderausführung des Brechungsgesetzes an Kugelflächen

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{r} \text{mit} g \to \infty$$

$$\Rightarrow \quad b = \frac{n_2 \cdot r}{n_2 - n_1} = \underline{52,8cm}$$

$$g' = -(b - 4cm) = -48,8cm \text{ Gegenstandsweite der zweiten Abbildung}$$

$$\frac{n_2}{g'} + n_1 b' = \frac{n_1 - n_2}{r_2} \text{(jetzt Brechung von } n_2 \text{ nach } n_1\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad b' = f = \left[\frac{n_1 - n_2}{r_2} - \frac{n_2}{g'}\right]^{-1} = 0,16m$$

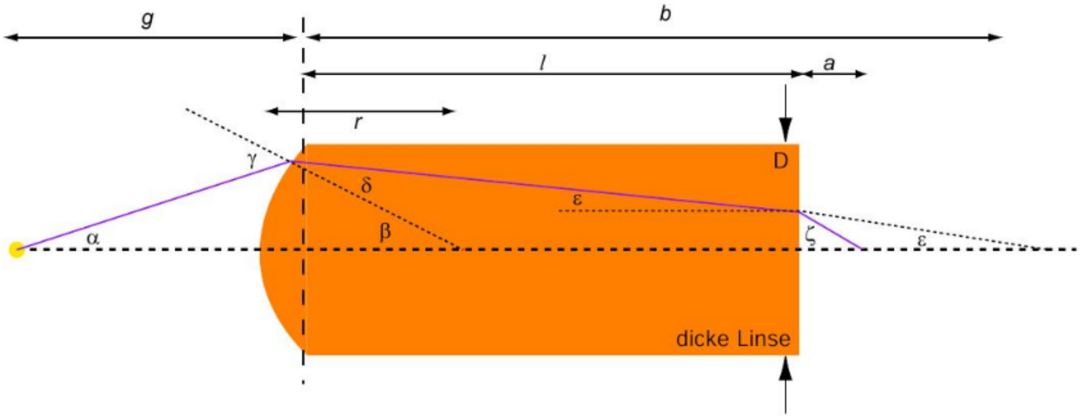
Der Unterschied zwischen den Ergebnissen resultiert aus der Einführung der Hauptebenen, für die die Brennweite oberer Formel gelten. Möglichkeit (b) berechnet die Brennweite ab Oberfläche, Möglichkeit (a) ab der Hauptebene.

Aufgabe 10:

Ein dünner Glasstab habe die Länge $l = 30cm$, die Brechzahl $n = 1.5$, und werde durch ein planes und ein sphärisch konvexes Ende mit Krümmungsradius $r = 10cm$ abgeschlossen. Außerhalb des Stabes, im Abstand $g = 60cm$ vor der sphärischen Fläche, befinde sich auf der Symmetrieachse des Stabes eine punktförmige Lichtquelle Q.

Skizzieren Sie den Verlauf der von Q ausgehenden Lichtstrahlen. Gibt es einen Punkt, in dem sich die Strahlen wieder treffen? Und wenn ja: wo? Unter welchem Winkel ξ treffen sich Strahlen, die bei Q mit einem Winkel α mit der optischen Achse einschließen? Wie groß ist die Winkelvergrößerung?

Lösung



dünn bedeutet $D \ll 1$, und damit $\sin\alpha \approx \tan\alpha \approx \alpha$

$$
\begin{aligned}
& g\tan\alpha = r\tan\beta \rightarrow \beta = \frac{g}{r}\cdot\alpha \\
& \gamma = \beta + \alpha \\
& \underbrace{n_1}_{=1} \cdot\gamma = n_2\cdot\delta \quad \rightarrow \frac{\gamma}{\delta} = n_2 \\
& \epsilon = \beta - \delta \\
\Rightarrow \quad & \epsilon = \frac{g}{r}\cdot\alpha - \frac{\frac{g}{r}\alpha + \alpha}{n_2} = \frac{g}{r}\alpha\cdot\left(1 - \frac{1}{n_2}\right) - \frac{\alpha}{n_2} \\
& b\cdot\tan\epsilon = g\cdot\tan\alpha \\
& b\cdot\frac{g}{r}\alpha\left(1-\frac{1}{n_2}\right) - \frac{\alpha}{n_2} = g\cdot\alpha \\
& b\cdot\frac{g}{r} - b\cdot\frac{g}{rn_2} - \frac{1}{n_2} = g \Rightarrow \frac{n}{b} + \frac{1}{g} = \frac{n-1}{r} \rightarrow b = 45cm(\text{länger als der Stab}) \\
& n = \frac{\xi}{\epsilon},\ a = (b\cdot l)\,\frac{\epsilon}{\xi} = 10cm \\
\Rightarrow \quad & \text{Winkelvergrößerung}\frac{\xi}{\alpha} = (n-1)\,\frac{g}{r} - 1 = \underline{2}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 11:

In der Photographie wird die Blende $1 : F = \frac{D}{f}$ als Verhältnis zwischen dem Durchmesser D der Eintrittspupille und der Brennweite f eines Objektivs angegeben.
Mit einem Teleobjektiv ($f = 150mm$) wird bei Blende $1 : 4$ auf einen Gegenstand in $5m$ Entfernung fokussiert. Berechnen Sie den Tiefenschärfebereich. Nehmen Sie dazu an, dass ein Gegenstand als scharf erscheint, solange er auf dem Film als Kreisscheibe mit einem Durchmesser $d \leq 0.05mm$ abgebildet wird.

Lösung

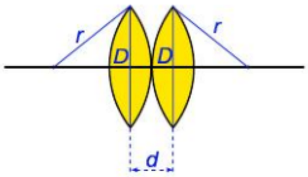
- Blendenzahl $1 : F = \frac{D}{f}$
- Teleobjektiv, $f = 150mm$, $d \leq 0,05mm = B_0$ maximale Größe der Kreisscheibe

- $\Delta g \leq \frac{b \cdot B_0}{D \cdot |V_L|}$ (vgl. Skript)
- $g \gg f \Rightarrow b = f$
- $|V_L| = \frac{f^2}{(g-f)^2}$

$$\Rightarrow \Delta g \leq \underbrace{4}_{\frac{f}{D}} \cdot \frac{B_0 \cdot (g-f)^2}{f^2} \approx 4 \cdot \frac{B_0 g^2}{f^2} = \underline{22,2cm}$$

Aufgabe 12:

Das Modell eines Zoom-Objektivs für eine Kleinbild-Kamera soll aus zwei dünnen Sammellinsen mit veränderbarem Abstand d, gleichen Brennweiten und Brechzahlen $n = 1.57$ aufgebaut werden und folgende Eigenschaften haben: Brennweitenvariation zwischen $90mm$ und $210mm$, Öffnungsverhältnis 1 : 3.5.



a) Alle Oberflächen der sphärischen Sammellinsen haben den Krümmungsradius $r = 91mm$. Wie groß ist deren Brennweite f_1?

b) Welchen Durchmesser D muss die Frontlinse (Eintrittspupille) haben?

c) In welchem Bereich muss der Linsenabstand d veränderbar sein?

d) Welche kleinste Brennweite ist möglich, wenn beide Linsen denselben Durchmesser D haben?

<u>Lösung</u>

- zwei Linsen, Abstand d variabel
- Brennweiten gleich, Brechzahl $n = 1.57$
- Blendenvariation zwischen $90mm$ und $210mm$, Öffnungsverhältnis $1 : 3,5$

a) $r_1 = -r_2$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{n-1} \left(\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \right) = 79,8mm$$

b) Blendenzahl $F = \frac{f}{D} \Rightarrow D = \frac{f}{F} = 60mm$

c) Brennweiten sind gleich, $f_1 = f_2$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2} \rightarrow f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d} = \frac{f_1^2}{2f_1 - d} \rightarrow d = \frac{2ff_1 - f_1^2}{f}$$

durch einsetzen:

$$\begin{aligned} f_{min} &= 90mm \rightarrow d_{min} = 88,8mm \\ f_{max} &= 210mm \rightarrow d_{max} = 129,3mm \end{aligned}$$

d) Der kleinste Abstand entspricht zwei mal der halben Linsendicke. Trigonometrie ergibt:

$$r^2 = \left(r - \frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

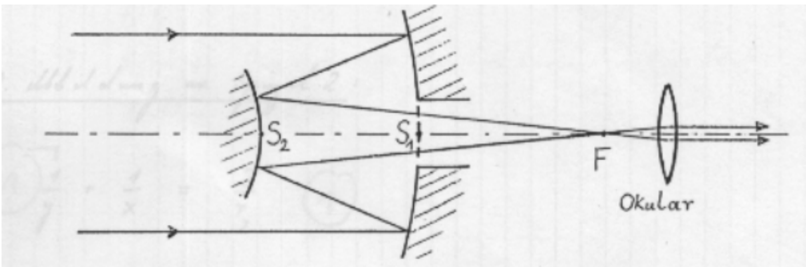
$$\Rightarrow d^2 - 4rd + D^2 = 0,\ \ d = 2r \pm \sqrt{4r^2 - D^2}$$

Kleinere Lösung $d = 10,2mm$

$$\Rightarrow \text{kleinste Brennweite} f = \frac{f_1^2}{2f_1 - d} = 42,6mm$$

Aufgabe 13:

Ein Teleskop zur Betrachtung weit entfernter Sterne bestehe aus zwei sphärischen Spiegeln (siehe Skizze). Der Krümmungsradius des großen Spiegels (mit einem Loch im Zentrum) sei $2.0m$, derjenige des kleinen betrage $0.6m$. Der Abstand der Scheitel S_1, S_2 der beiden Spiegel sei $0.75m$.



a) Berechnen Sie den Abstand des bildseitigen Brennpunktes F des Spiegelsystems vom Scheitel S_2 des kleinen Spiegels (parallel einfallende Strahlen, siehe Skizze).

b) Bestimmen Sie die effektive Brennweite der Anordnung beider Spiegel (effektive Brennweite = Brennweite einer Sammellinse mit gleichen abbildenden Eigenschaften wie das Spiegelsystem).

c) Mit Hilfe eines Okulars ($f_{OK} = 2cm$) wird nun das reelle Zwischenbild des Sterns mit entspanntem Auge betrachtet. Berechnen Sie die Vergrößerung des Gesamtsystems.

d) Was sind die Hauptvorteile von Spiegelteleskopen gegenüber astronomischen Fernrohren (Linsenteleskope)? (max. 2 Sätze!)

Lösung

a) $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$, $g \to \infty$ und $f = \frac{r}{2} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2}{r_1}$
außerdem $b = y + 0.75m$

$$y = \frac{r_1}{2} - 0,75m = 0,25m$$

negative Vorzeichen vor y und r_2!

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = \frac{2}{r} \Rightarrow x = \frac{yr_2}{2y - r_2} = \frac{(-0,25m)\cdot(-0,6m)}{-0,5m + 0,6m} = \underline{1,5m}$$

b) Konstruktion mit Strahlensatz

$$\Rightarrow \quad \frac{d}{D} = \frac{x}{f} \text{ und } \frac{d}{D} = \frac{|y|}{|y| + 0,75m}$$
$$\Rightarrow \quad f = \frac{(|y| + 0,75m)\, x}{|y|} = \underline{6m}$$

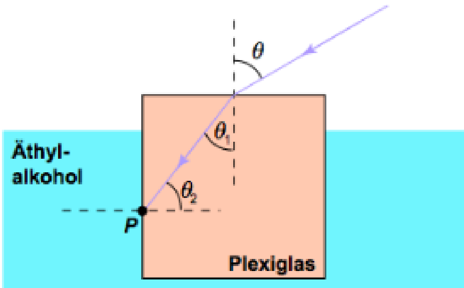
c) $v = \frac{f}{f_{Ok}} = \frac{6}{0{,}02} = \underline{300}$

d)

- keine chromatische Aberration durch Brechung
- Spiegel können größer gebaut werden → höhere Lichtausbeute
- Spiegel kosten weniger als Linsen

Aufgabe 14:

Ein Lichtstrahl treffe aus Luft ($n = 1$) auf einen Plexiglasquader, der fast vollständig in Äthylalkohol eingetaucht ist (siehe Abbildung).



$n_{Plexiglas} = 1.491$, $n_{Alkohol} = 1.3617$

a) Berechnen Sie den Winkel Θ, für den sich am Punkt P Totalreflexion ergibt.

b) Wenn der Äthylalkohol entfernt wird, ergibt sich dann auch mit dem in a) berechneten Winkel Θ am Punkt P Totalreflexion? Begründung!

Lösung

a) Es ist $n_{Plexiglas} = 1,491$ und $n_{Alkohol} = 1,3617$

1.Brechung

$$n_1 \sin\theta = n_{Plexi} \sin\theta_1$$

aus Symmetrie folgt $\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \theta_1$

2.Brechung

$$n_{Plexi} \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right)}_{\cos\theta_1} = n_{Alk.} \sin\theta_3$$

Für Totalreflexion muss $\theta_3 = 90\,^\circ$ sein.
$\Rightarrow \theta_1 = \arccos \frac{n_{Alk.}}{n_{Plexi}} = 24\,^\circ$
$\Rightarrow \theta = \arcsin\left(n_{Plexi} \sin\theta_1\right) = 37,4\,^\circ$

b) da $n_{alk} > n_{Luft}$ ist kritischer Winkel für Luft kleiner und es findet immer noch Totalreflexion statt.