Übungsaufgaben ExPhys 1

Dienstag / Systeme von MP und Dynamik starrer Körper

1. **Ball gegen Wand**

   Ein elastischer Ball wird im Winkel von $\alpha = 30°$ zum Boden gegen eine $a = 4m$ entfernte senkrechte Wand geschossen. Die Anfangsgeschwindigkeit beträgt $v_0 = 12\frac{m}{s}$. In welchem Abstand b von der Wand entfernt trifft der Ball wieder auf dem Boden auf?

2. **Trägheitsmoment eines Kegels**

   Ein Kegel mit Radius r und Höhe h hat bzgl. Rotation um die Senkrechte zur Achse des Kegels um die Spitze das Trägheitsmoment $I_{Spitze} = m(\frac{3}{5}h^2 + \frac{3}{20}r^2)$. Berechnen Sie das Trägheitsmoment wenn die Rotationsachse in der Grundfläche liegt und die Kegelachse schneidet. Der Schwerpunkt eines Kegels liegt $\frac{h}{4}$ von der Grundfläche entfernt.

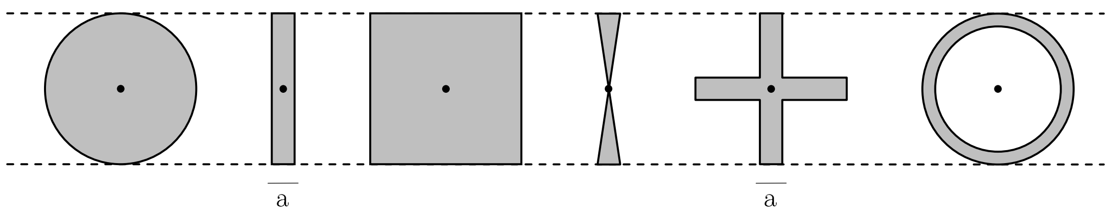
3. **Kugeln**

   Sie halten eine kleine Kugel (Masse m) senkrecht über einer großen Kugel (Masse $4m$) und lassen beide gleichzeitig aus der Höhe h_0 fallen. Nehmen Sie dabei an, dass die große Kugel zuerst elastisch am Boden und dann sofort gegen die kleine Kugel stößt und vernachlässigen sie die Radien der Kugeln. Wie hoch springen die Kugeln nachdem sie den Boden berührt haben?

4. **Verständnisfrage zum Drehmoment**

   Die folgenden 5 Körper besitzen alle dieselbe Masse m und sind maßstabsgerecht abgebildet. Innerhalb eines jeden Körpers weist das Material keine Dichteschwankungen auf. Die Tiefe der Körper (senkrecht zur Blattebene) sei bei allen Körpern gleich. Die Rotationsachse verlaufe jeweils ebenfalls senkrecht zur Blattebene durch die eingezeichneten Punkte.

   Sortieren Sie die Körper aufsteigend nach ihrem Trägheitsmoment. Es ist möglich, dass zwei oder mehrere Körper dasselbe Trägheitsmoment besitzen. Die Aufgabe soll qualitativ, d.h. ohne konkrete Berechnungen gelöst werden. Die Maßangabe auf der Skizze dient nur um zu zeigen, dass beide Stege gleich breit sind.



5. **Reifen**

   Ein Speichenrad mit Hartgummireifen lässt sich reibungsfrei um die Mittelachse drehen. Die Masse des Reifens sei M und der Radius R. Die Masse der Speichen sowie die Dicke des Gummireifens sind sehr klein und können vernachlässigt werden. Eine Gewehrkugel (Masse m) fliegt senkrecht zur Radachse und trifft mit der Geschwindigkeit v unter einem Winkel α zur Tangente auf den Reifen und bleibt im Gummi stecken. Dadurch wird das Rad in eine Drehbewegung versetzt.

   a) Wie groß ist der Drehimpuls der Kugel vor dem Stoß bezogen auf den Drehpunkt des Rades?

b) Mit welcher Winkelgeschwindigkeit ω dreht sich das Rad nach dem Treffer?

6. **Aufgehängter Zylinder**

Im schwerelosen Raum sei eine Rotationsachse Λ definiert.

Eine masselose Stange der Länge a steht senkrecht zu dieser Rotationsachse, ein Ende liegt auf ihr. Der Stab kann mit einem Motor mit der Frequenz $\omega(t)$ um Λ rotiert werden. Am anderen Ende der Stange ist ein Zylinder vollständig reibungsfrei so aufgehängt, dass seine Achse parallel zu Λ verläuft und er um seine Achse frei rotieren kann. Der Zylinder habe die Masse m und den Radius r.

Das System ruhe zunächst vollständig. Nun wird der Motor angeschaltet, der den masselosen Stab mit $\dot{\omega} = const$ beschleunigt.

a) Skizzieren Sie das System.

b) Berechnen Sie die Energie des Systems in Abhängigkeit von der Zeit.

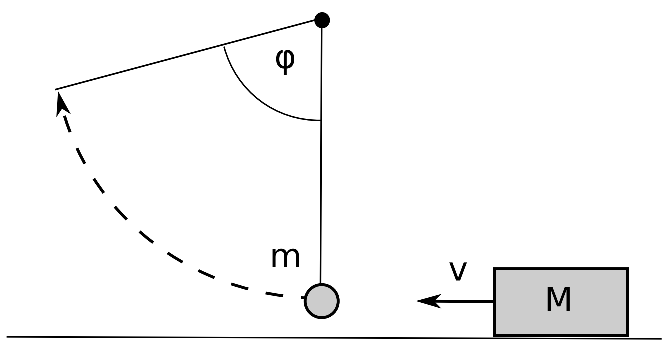
7. **Windrad**

Das Fröttmaninger Windrad dreht sich bei hoher Windgeschwindigkeit 20,3 mal pro Minute. Der Rotor hat eine Masse $m = 71t$ bei einem Durchmesser $d = 66,0m$. Die drei Flügelblätter der Länge $l = 30,8m$ sind im Winkel von 120° zueinander auf einer Nabe montiert. Die Nabe ist näherungsweise zylinderförmig bei einem Durchmesser von $d - 2l = 4,4m$.

a) Berechnen Sie die Rotationsenergie des Windrades. Die Nabe soll zunächst vernachlässigt werden, die gesamte Masse stecke in den Flügeln. Nähern Sie die Flügel als homogene Stäbe der Länge $l_{approx} = d/2$.

b) Der Generator hat eine Nennleistung von 1,530 MW. Man nehme an, der Wind höre schlagartig auf. Wie lang kann der Generator die Stromversorgung mit Nennleistung aufrechterhalten wenn man (natürlich fälschlicherweise) annimmt, dass seine Nennleistung nicht von der Rotorgeschwindigkeit abhängig ist?

8. **Stoß**



Ein Wagen der Masse M stoße mit Geschwindigkeit v elastisch gegen eine an einem Seil der Länge l aufgehängte Kugel der Masse m (Siehe Skizze).

a) Mit welcher Geschwindigkeit v' fährt der Wagen weiter?

b) Es sei $M = 2m$, $l = 1$ m und $v = 1$ m/s. Berechnen Sie die maximale Auslenkung φ der Kugel.

c) Wie groß muss v mindestens gewählt werden, damit die Kugel eine komplette Kreisbewegung beschreibt?

9. **Rohre ineinander**

   Ein Rohr mit Radius r befindet sich innerhalb eines Rohres mit größerem Radius R. Beide Rohre wurden aus dem gleichen Material gefertigt, haben dieselbe (sehr kleine) Wandstärke und sind gleich lang. Sie drehen sich um ihre gemeinsame Längsachse, jedoch mit umgekehrten Orientierungssinn. Der Gesamtdrehimpuls ist null.

   a) Welches Rohr hat dem Betrage nach die höhere Winkelgeschwindigkeit? In welchem Verhältnis stehen diese zueinander?
   b) Welches besitzt mehr Rotationsenergie?

10. **Projektil trifft Punktmassenrotor**

    Eine masselose Stange der Länge $l = 2a$ ist in der Mitte drehbar gelagert. Das Drehlager ist fest mit der Erdmasse M verbunden, die als „sehr groß“ angenommen wird. An den beiden Endpunkten der Stange ist jeweils eine Punktmasse m befestigt.

    Eine Kugel der Masse m trifft auf eine der beiden Punktmassen senkrecht zur Oberfläche und senkrecht zur Drehachse des Rotors mit der Geschwindigkeit v_K.

    Welche Geschwindigkeit v_K' hat die Kugel nach dem Stoß?

11. **Gravitationsstabilisierung** *(Vertiefungsaufgabe)*

    Die Messgeräte von Erdbeobachtungssatelliten müssen immer möglichst exakt auf die Erde ausgerichtet sein. Daher werden Satelliten stabilisiert, ein Verfahren ist die Gravitationsstabilisierung.

    Der eigentliche Satellit (Masse M) fährt auf der erdfernen Seite einen Ausleger (Länge h) aus, an seiner Spitze ist eine kleine Masse m montiert. Auf die kleine Masse wirkt nun eine Kraft von der Erde weg, auf den eigentlichen Satellitenkörper eine Kraft zur Erde hin. Dadurch wird verhindert, dass der Satellit in Schräglage gerät.

    Der Satellit befinde sich in $r = 40000$ km Höhe. $m = 30$ kg, $h = 14$ m, $M = 700$ kg.

    Wie groß ist die Kraft auf die kleine Masse, wenn sich der Satellit auf einer Bahn mit $r = 40000\ km$ Abstand zum Erdmittelpunkt mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \sqrt{\frac{GM_E}{r^3}}$ um die Erde bewegt?

12. **Projektil trifft allgemeinen symmetrischen Rotor** *(Vertiefungsaufgabe)*

    Eine symmetrischer Rotor in grober Stabform mit Trägheitsmoment I und Masse M ist in der Mitte drehbar gelagert. Das Drehlager ist fest mit der Erdmasse M_E verbunden, die als “sehr groß” angenommen wird.

    Eine Kugel der Masse m trifft im Abstand a von der Rotordrehachse senkrecht auf die Oberfläche und senkrecht zur Drehachse des Rotors mit der Geschwindigkeit v_K.

    Welche Geschwindigkeit v_K' hat die Kugel nach dem Stoß?

Wichtige Trägheitsmomente

- Trägheitsmoment eines um seinen Endpunkt rotierenden homogenen Stabes: $I = \frac{1}{3}ML^2$
- Trägheitsmoment eines homogenen Stabes wenn die Rotationsachse durch Schwerpunkt läuft und senkrecht zur Oberfläche steht: $I = \frac{1}{12}ML^2$
- Trägheitsmoment eines um seine Achse rotierenden homogenen Zylinders: $I = \frac{1}{2}ML^2$