Karsten Donnay (kdonnay@ph.tum.de) **Blatt 3**

Ferienkurs Elektrodynamik - SS 2008

1 Polarisierte Kugel

Eine Kugel mit Radius R trage eine Polarisation

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{r}) = k\,\boldsymbol{r} \tag{1}$$

wobei k eine Konstante und $\boldsymbol{r}$ der Vektor vom Kugelmittelpunkt ist.

(a) Berechnen Sie die gebundenen Ladungen σ_b und ρ_b.

(b) Bestimmen Sie das Feld innerhalb und außerhalb der Kugel.

2 Dielektrische Kugel

Eine Kugel mit Radius R aus einem linearen dielektrischen Material mit relativer Dielektrizitätskonstante ε_r sei im Inneren von einer homogene freien Ladungsdichte ρ_f durchsetzt. Berechnen Sie das Potential im Zentrum der Kugel (relativ zu $r = \infty$).

3 Gefüllter Plattenkondensator

Ein Plattenkondensator sei vollständig mit zwei Schichten verschiedener linearer Dielektrika gefüllt. Beide Schichten haben die Dicke a. Die obere Schicht habe die relative Dielektrizitätskonstante 2, die untere die relative Dielektrizitätskonstante 1,5. Weiterhin habe die obere Kondensatorplatte eine freie Oberflächenladungsdichte von $+\sigma_f$ und die untere Kondensatorplatte von $-\sigma_f$.

(a) Berechnen Sie $\boldsymbol{D}$ und $\boldsymbol{E}$ in beiden Schichten.

(b) Was ist jeweils die Polarisation $\boldsymbol{P}$ in den Schichten?

(c) Berechnen Sie die Potentialdifferenz zwischen den Kondensatorplatten.

(d) Was sind jeweils die gebundenen Ladungen und wo befinden sie sich?

4 Koaxialkabel

Ein Koaxialkabel besteht aus zwei (unterschiedlich großen) sehr langen und dünnen zylindrischen Leitern, die durch ein lineares magnetisches Material mit Suszeptibilität χ_m voneinander getrennt sind. Der Strom fließt durch den inneren Leiter in eine Richtung und durch den äußeren Leiter zurück; in beiden Fällen verteilt sich der Strom gleichmäßig über die Zylinderoberflächen.

(a) Berechnen Sie das Feld im Inneren des magnetischen Materials, das die beiden Leiter voneinander trennt.

(b) Berechnen Sie die Magnetisierung und die gebundenen Ströme. Verifizieren Sie damit Ihr Ergebnis aus Teilaufgabe (a).

5 Stromdurchflossenes Kabel

Ein Strom I fließe durch ein langes gerades Kabel mit Radius a. Das Kabel bestehe aus einem homogenen linearen Material (z.B. Kupfer oder Aluminium) mit magnetischer Suszeptibilität χ_m und der Strom sei gleichmäßig verteilt.

(a) Bestimmen Sie das Magnetfeld im Abstand s von der Achse des Kabels.

(b) Berechnen Sie alle gebundenen Ströme. Wie groß ist der Gesamtfluß der gebundenen Ströme durch das Kabel?

6 Energie im Dielektrikum

Die zum Aufbau eines Feldes in einem Medium nötige Energie kann aus der Arbeit

$$\delta U_{el}(\boldsymbol{x}) = \int d^3x' \, \delta\rho_f(\boldsymbol{x}') \, V(\boldsymbol{x}') \tag{2}$$

berechnet werden, die in einem bereits bestehenden Potential $V(\boldsymbol{x})$ für eine zusätzliche freie Ladungsdichte $\delta\rho_f(x)$ nötig ist.

(a) Zeigen Sie, dass sich δU_{el} durch ein Volumenintegral des Produktes aus $\boldsymbol{D}$- und $\boldsymbol{E}$-Feld darstellen lässt und geben Sie die Gesamtenergie U_{el} im Dielektrikum für den Fall eines linearen, isotropen Mediums an.

(b) Berechnen Sie die elektrische Energie für eine Anordnung von Leitern ($\boldsymbol{E} \equiv 0$ im Innern), die sich in einem dielektrischen Medium befinden und auf denen freie Ladungen Q_j sitzen, so dass V_j das Potential auf der Oberfläche des Leiters j ist. Zeigen Sie, dass sich mit den über $Q_i = \sum_j C_{ij} V_j$ definierten Kapazitätskoeffizienten C_{ij} daraus eine einfache quadratische Form ergibt.