

## Ferienkurs Experimentalphysik 4 - SS 2008

### 1 Hundsche Regel

Geben Sie eine anschauliche Erklärung der Hundschen Regel, dass der energetisch tiefste Zustand eines Mehrelektronenatoms durch den maximalen mit dem Pauli-Prinzip verträglichen Gesamtspin aller Elektronen realisiert wird.

### 2 Auswahlregeln

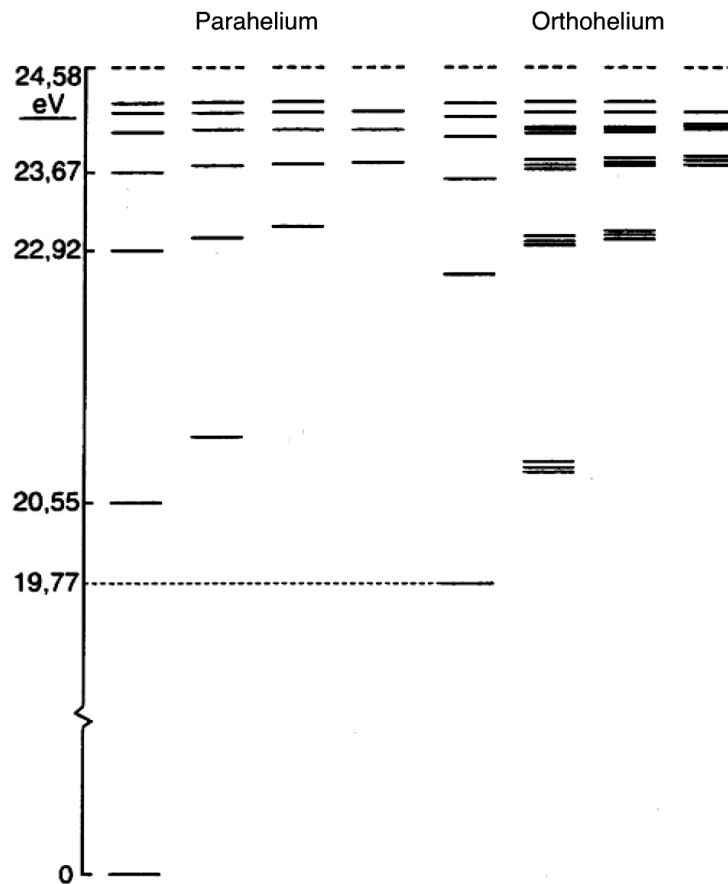
- Macht der Begriff *verbotener Übergang* Sinn? Was besagt die Auswahlregel  $\Delta l = \pm 1$  für ein-Elektronensysteme? Macht hier der Begriff Auswahlregel Sinn?
- Welche Spektrallinien im höchsten Anregungsniveau kann man in der Emission von H-Atomen beobachten, wenn diese durch Elektronenstoss eine Anregungsenergie von  $E = 13.3eV$  erhalten? Zuvor sind alle H-Atome im Grundzustand. Beachten Sie nur die Auswahlregel  $\Delta l = \pm 1$ .
- Geben Sie ein Beispiel bei den Übergängen von (b) an, das durch die Auswahlregel  $\Delta j = 0, \pm 1$  verboten ist.
- Geben Sie ein Beispiel für zwei Übergänge von (b) an, die energetisch entartet sind.

### 3 Para- und Orthohelium

Das Helium-Atom ist ein Zweielektronensystem. Die Spins der Elektronen können dabei parallel und antiparallel orientiert sein, damit gibt es Spin-Triplett und Spin-Singulett Zustände. Man nennt die Heliumzustände mit Spin-Triplett *Orthohelium* und solche mit Spin-Singulett *Parahelium*.

Im Helium sind die Kopplungsenergien zwischen den magnetischen Bahnmomenten und den Spinmomenten der beiden Elektronen groß gegen die Kopplungsenergie zwischen dem Spin- und Bahn-Moment. Man spricht in diesem Fall von einer L-S-Kopplung (oder auch Russel-Sanders-Kopplung), d.h. die Bahndrehimpulse  $\mathbf{l}$  bzw. Spins  $\mathbf{s}$  koppeln erst zu einem Gesamtdrehimpuls  $\mathbf{L}$  bzw. Gesamtspin  $\mathbf{S}$  und dann erst zum Drehimpuls  $\mathbf{J}$  der gesamten Elektronenhülle.

- Geben Sie den Gesamtdrehimpuls  $\mathbf{L}$  und den Gesamtspin  $\mathbf{S}$  an. Was ist ihr Betrag und welche Werte können sie annehmen?
- Geben Sie die möglichen Werte von  $\mathbf{J}$  in Abhängigkeit von  $\mathbf{L}$  und  $\mathbf{S}$  an. Veranschaulichen Sie sich mit Hilfe von Vektordiagrammen die Kopplung der Bahndrehimpulse (bis  $L = 2$ ) und weiterhin die Kopplung der Spin- und Bahndrehimpulse zum Drehimpuls der Elektronenhülle für den Fall  $L = 2$  im Triplett-Zustand.
- In der folgenden Grafik ist das Termschema des Heliums (bis  $L = 3$ ) gezeigt. Benennen Sie die Zustände bis  $n = 2$  entsprechend ihrer Quantenzahlen,  $n^{2S+1}L_J$ . Rechtfertigen Sie dabei die energetische Reihenfolge der Zustände in der Feinstrukturaufspaltung des  $2^3P$ -Niveaus. (Hinweis:  $C_{SL}^{He} \propto (Z - 3) \alpha^2$ )



- (d) Warum gibt es kein Orthoheliumniveau mit  $n = 1$ ?
- (e) Erklären Sie qualitativ warum die Energieniveaus des Orthohelium bei gleichen räumlichen Quantenzahlen unter denen des Paraheliums liegen.

#### 4 Positronium

Das Positronium ist ein wasserstoffähnliches exotisches Atom, das aus einem  $e^+$  und einem  $e^-$  besteht, die einen kurzlebigen gebundenen Zustand bilden können. Beide Leptonen kreisen (im gebundenen Zustand) um den gemeinsamen Schwerpunkt, der sich in der Mitte zwischen den beiden befindet.

- (a) Berechnen Sie die (klassischen) Energieniveaus und die Radien der Bohr'schen Bahnen des Positroniums als Funktion der Hauptquantenzahl  $n$  und vergleichen Sie diese mit denen des Wasserstoffs.
- (b) Im Positronium koppeln beide Spins zum Gesamtspin  $S$  und dann mit dem Drehimpuls  $L$  zum Gesamtdrehimpuls  $F$ . Im Wasserstoffatom dagegen koppeln  $s$  und  $l$  zu  $j$  und  $j$  koppelt zusammen mit dem Kernspin  $I$  zu  $F$ . Trotzdem können wir die Hyperfeinaufspaltung der Energiezustände des Positroniums aus dem für das Wasserstoffatom hergeleiteten Ausdruck berechnen. Warum?
- (c) Welche Spektroskopischen Niveaus des Positroniums gibt es für  $n = 1$  und  $n = 2$ ?
- (d) Die Energieabstände zwischen welchen Spektroskopischen Niveaus berechnet man, wenn man die Hyperfeinstrukturaufspaltung des Positroniums bestimmt?
- (e) Berechnen Sie nun die Hyperfeinaufspaltung des Grundzustands im Wasserstoff und die entsprechende Hyperfeinaufspaltung des Positroniums. Um welche Größenordnung unterscheiden sich die beiden?  
(Hinweis: im Grundzustand ist  $\Delta E_{HFS}^H = \frac{2}{3} g_s g_I \frac{\alpha^4 \mu^3 c^2}{m_e m_k n^3} \frac{F(F+1) - j(j+1) - I(I+1)}{2}$ )
- (f) Skizzieren Sie nun das Termschema von Positronium für die Zustände mit  $n = 1$  und  $n = 2$ . Tragen Sie die zuvor berechnete Hyperfeinaufspaltung des Positroniums in die Skizze ein.