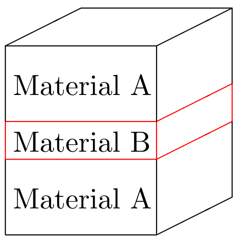
Einführung in die Quantenmechanik

Aufgaben

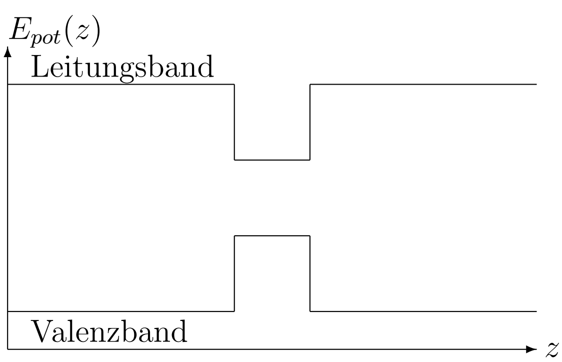
19.08.2008

1 Quantumwell

Unter Halbleiter-Heterostrukturen versteht man eine Struktur mit unterschiedlichen Halbleitern. Wir wollen nun eine Struktur betrachten, bei der zwei Halbleiter mit unterschiedlichen Bandlücken wie in der folgenden Abbildung übereinander geschichtet werden:



Die potentielle Energie in z-Richtung hat dann diese Form:



Es ergibt sich also in z-Richtung ein eindimensionaler Potentialtopf für die Elektronen im Leitungsband. Elektronen haben in Festkörpern in unterschiedliche Richtungen unterschiedliche effektive Massen. Die Schrödingergleichung für die Elektronen im Leitungsband lautet damit:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2}\left(\frac{1}{m_x}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{1}{m_y}\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{1}{m_z}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)+E_{pot}(z)\right]\Psi(x,y,z)=E\Psi(x,y,z) \tag{1}$$

a) Verwenden Sie den Separationsansatz $\Psi(x,y,z)=\varphi(z)\cdot e^{i\mathbf{k}_\parallel(x,y)}$ und bestimmen Sie die Schrödingergleichung für die Bewegung in z-Richtung und für die Bewegung in der x-y-Ebene.

b) Bestimmen Sie die kinetische Energie $E_\parallel$ für die Bewegung in der x-y-Ebene. Nehmen Sie dazu an das gilt: $m_x = m_y = m_\parallel$

Im folgendem soll die potentielle Energie folgende Form haben:

$$E_{pot}(z)=\begin{cases}0 & z<\frac{L}{2}\\ -V_B & \frac{L}{2}\leq z\leq\frac{L}{2}\\ 0 & z>\frac{L}{2}\end{cases} \tag{2}$$

c) Lösen Sie die Schrödingergleichung für die Bewegung in z-Richtung für ein Elektron mit einer negativen Energie

2 Comptoneffekt

Beim Comptoneffekt streut ein Photon an einem freiem Elektron.

a) Bestimmen Sie den Wellenlängenunterschied $\Delta\lambda$ zwischen einfallendem und gestreutem Photon.

Im Folgendem wir ein Detektor betrachtet, der die Energie misst, die von Photonen im Detektor deponiert wird. Dabei sollen die Photonen nur eine Wechselwirkung haben, also entweder Photoeffekt oder Comptoneffekt und dann gegebenenfalls den Detektor verlassen. Die vom Photon erzeugten Elektronen können den Detektor nicht verlassen und deponieren ihre gesammte kinetische Energie im Detektor.

b) Bestimmen Sie die Energie E_C, die beim Comptoneffekt bei Rückstreuung ($\vartheta=\pi$) im Detektor deponiert wird. (Diese Energie wird als Comptonkante bezeichnet)

Beim Zerfall von ^{60}Co entstehen zwei Photonen, dabei hat eins eine Energie von 1.17 MeV und das andere 1,33 MeV.

c) Welche relative Energieauflösung $\frac{\Delta E}{E}$ muß der Detektor haben um den Photopeak der 1,17 MeV-Linie von der Comptonkante der 1,33 MeV-Linie zu trennen?

3 Transmission an einer eindimensionalen Potenzialstufe

a) Ein Elektronenstrom trifft mit der Energie $E = E_0/2$ bzw. $E_0/3$ auf eine Potenzialbarriere der Höhe E_0 und Breite $a = \lambda = h/\sqrt{2 \cdot m \cdot E}$. Wie gross ist seine Transmissionswahrscheinlichkeit T?
b) Auf eine rechteckige Potenzialbarriere der Höhe $E_0 = 1eV$ und der Breite $\Delta x = a = 1nm$ treffen Elektronen mit $E_{kin} = 0.8eV$ bzw. $E_{kin} = 1.2eV$. Man berechne für beide Fälle den Transmissionskoeffizienten T.