

1 Einführung in die Quantenmechanik

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts änderte sich die Art wie die Welt auf physikalischer Ebene betrachtet wird grundlegend. Zu dieser Zeit glaubte man mit den Methoden der klassischen Mechanik, der Elektrodynamik und der statistischen Physik, alle physikalischen Phänomene beschreiben zu können.

Obgleich diese Theorien tatsächlich eine große Anzahl von experimentellen Ergebnissen erklären konnten (und können), scheiterten sie an der Erklärung anderer. Dies führte, neben der Entwicklung der Relativitätstheorie, über einen Zeitraum von ca. 30 Jahren zur Entwicklung der Quantenmechanik.

Im Zuge dieser Entwicklung wurden eine Reihe von fundamentalen Begriffen wie etwa Zeit, Raum, Teilchen usw., hinterfragt und neu interpretiert. Bis heute sind die philosophischen Diskussionen um diese Begriffe nicht zum Erliegen gekommen und bieten weiterhin Anknüpfungspunkte für neue Ideen und Ansätze innerhalb und außerhalb der Physik.

Im folgenden sollen kurz beispielhaft einige Experimente vorgestellt werden, welche wesentliche Widersprüche zu den bis dahin verwendeten theoretischen Denksystemen erhalten und somit den wesentlichen Anstoß für die Entwicklung der Quantenmechanik bildeten.

1.1 Schwarzkörperstrahlung

Als einen Schwarzkörper bezeichnet man ein Objekt welches elektromagnetische Strahlung über den gesamten Spektralbereich vollkommen absorbiert.

Selbstverständlich ist ein idealer Schwarzkörper nicht experimentell realisierbar (Er wird meist durch einen Hohlraum mit absorbierenden Wänden mit einem sehr kleinen Loch angenähert). Näherungsweise verhalten sich jedoch viele Objekte wie Schwarze Körper z.B. unsere Sonne.

Wendete man die Gesetze der Elektrodynamik und statistischen Physik konsequent auf den oben genannten Hohlraum bei einer gewissen Wandtemperatur an (Rayleigh-Jeans-Gesetz), so erhielt man eine starke Abweichung vom tatsächlich gemessenen Emissionsspektrum im Bereich hoher Frequenzen und zudem eine unendliche im Hohlraum gespeicherte Energie, was offensichtlich unmöglich war (Ultraviolett katastrophe).

Kleinere Veränderungen in den zugrundeliegenden theoretischen Annahmen konnten hier keine Abhilfe schaffen, da fundamentale Prinzipien wie etwa der 2. Hauptsatz der Thermodynamik direkt in das Modell einfließen.

Eine zweite Formel die empirisch von Wien gefunden wurde war zwar in der Lage das Spektrum im Bereich hoher Frequenzen abzubilden, versagte jedoch bei niedrigen Frequenzen.

Max Planck gelang es schließlich im Jahre 1900 eine für den gesamten Spektralbereich gültige Formel zu entwickeln (Herleitung Freitag).

$$u(\omega) = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \cdot \frac{\omega^3}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_b T}\right) - 1}$$

(Hierbei bezeichnet $u(\omega)$ die Energiedichte bei einer bestimmten Frequenz und $\hbar \approx 1,05 \cdot 10^{-34} Js$ das Plancksche Wirkungsquantum)

Die Interpretation seiner Formel markiert den Beginn der Quantentheorie. Hier wird nämlich angenommen, dass die Wand und die elektromagnetischen Wellen ihre Energie nicht kontinuierlich, sondern nur in bestimmten Energiepaketen "Quanten" (Photonen) austauschen können.

1.2 Photoelektrischer Effekt

Bestrahlt man Metalle mit Licht so treten unter bestimmten Bedingungen Elektronen aus ihnen aus. Diese Tatsache ist elektrodynamisch leicht zu erklären, da das Licht die nötige Austrittsenergie aufbringen kann.

Unverständlich war bis zur Quantentheoretischen Interpretation durch Einstein die Tatsache, dass das Licht nur unterhalb einer gewissen Wellenlänge in der Lage ist Elektronen aus dem Metall zu entfernen. Oberhalb dieser Wellenlänge werden keine Elektronen aus dem Metall herausgeschlagen und zwar unabhängig von der Lichtintensität. Analog zum Beispiel der Schwarzkörperstrahlung kann dieser Effekt dadurch erklärt werden, dass die Energie einzelner Lichtquanten ausreichen muss um die Austrittsarbeit der Elektronen auf einmal aufzubringen, da diese die Energie nicht kontinuierlich, sondern nur in Paketen aufnehmen können.

1.3 Elektronenbeugung

Schießt man einen Elektronenstrahl mit konstantem Teilchenimpuls auf ausreichend eng beieinanderliegende Spalten und beobachtet das auf einem dahinterliegenden Schirm entstehende Bild, so erkennt man ein Interferenzmuster, wie es auch bei Licht in einer entsprechenden Anordnung beobachtet werden kann. Klassisch ist dies nicht zu verstehen, da ja die Interferenz des Lichts mit seinen Welleneigenschaften erklärt wird.

Es wird also suggeriert, dass die Elektronen ihrerseits einen Wellencharakter besitzen. Man spricht in diesem Zusammenhang häufig von Materiewellen.

An dieser Stelle erkennen wir den sog. Welle-Teilchen-Dualismus, da wir nicht entscheiden können, was die Elektronen (und auch andere Teilchen) tatsächlich sind.

2 Begriffe der Quantenmechanik

Im folgenden werden die im Rahmen dieser Vorlesung verwendeten Begriffe zur Quantenmechanischen Beschreibung physikalischer Systeme kurz vorgestellt.

2.1 Zustand

Einer der zentralen Begriffe in der Quantenmechanik ist der Begriff Zustand. Zustände können von Teilchen besetzt sein oder auch nicht.

Der Zustand selbst ist ein abstraktes Gebilde (Element eines Hilbertraumes) und seine Gestalt ist durch die Gegebenheiten des Systems bestimmt.

Wir bezeichnen Zustände im Rahmen dieser Vorlesung stets mit Ψ (üblich ist die Schreibweise $|\Psi\rangle$).

Interessieren wir uns für den Aufenthaltsort eines einen Zustand Ψ besetzenden Teilchens, so betrachten wir die Projektion des Zustandes in den Ortsraum $\Psi(\vec{x})$ (Analog: Impuls/Impulsraum).

Hier ist $\Psi(\vec{x})$ eine Funktion mit komplexen Wertebereich.

In den Systemen, die wir betrachten wollen (gebundene Systeme; z.B. Atome) sind die Zustände stets diskret verteilt, d.h. Teilchen können nur in Sprüngen von einem in den anderen Zustand gelangen. Unter diesen Umständen ist es sinnvoll die Zustände gemäß ihren Eigenschaften (Energie, Drehimpuls usw.) durchnummerieren (z.B. 1.Energiezustand, 2.Energiezustand...).

Die verwendeten Zahlen nennt man Quantenzahlen. Nicht in jedem System sind dieselben Größen geeignet um die Zustände zu charakterisieren, daher muss man stets eine sinnvolle Auswahl von "guten" Quantenzahlen treffen.

2.2 Messgrößen

Wenn wir Informationen über ein Teilchen durch eine Messung herausfinden wollen, so müssen wir mit ihm in Wechselwirkung treten. Da wir aber die Eigenschaften des Teilchens allein aus dem Zustand in dem es sich befindet ablesen können, müssen wir unsere Messung in Verbindung zu dem Abstrakten Gebilde Zustand (Vektor im Hilbertraum) bringen. Dies ist möglich durch eine Identifikation der Messgrößen (Observablen) mit Operatoren (auf dem Hilbertraum), deren Erwartungswerte uns dann das gewünschte Messergebnis liefern. D.h. für den Erwartungswert einer Messgröße M des Teilchens repräsentiert durch den Operator \hat{O} , gilt:

$$\langle M \rangle = \langle \hat{O} \rangle = \int \Psi^* \hat{O} \Psi dx$$

Die Standardabweichung (Ungenauigkeit) ist dabei:

$$\Delta M = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$$

Wichtig ist noch zu erwähnen, dass über das gesamte System integriert gilt:

$$\int \Psi^* \Psi dx = 1$$

Eine Erklärung dazu wird weiter unten gegeben.

Im Ortsraum gelten die Korrespondenzen:

$$\vec{x} \rightarrow \vec{x}; \quad \vec{p} \rightarrow \frac{\hbar}{i} \nabla_x; \quad E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$$

2.3 Eigenwerte, Eigenzustände

Jeder Operator der eine physikalische Größe darstellt ist hermitesch, d.h. seine Eigenwerte sind alle reell. Weiterhin kann jeder Zustand als Linearkombination von Eigenzuständen eines beliebigen Operators geschrieben werden (Basis des Hilbertraumes aus Eigenzuständen). Befindet sich nun ein System in einem Eigenzustand eines beliebigen Operators \hat{O} , so ist der Erwartungswert von \hat{O}

gleich dem Eigenwert (siehe vorangegangener Abschnitt). \hat{O} ist nun eine geeignete Größe um das System zu charakterisieren. Der Eigenwert ist also eine gute Quantenzahl.

2.4 Schrödingergleichung

Übertragen wir die Operatorschreibweise auf eine klassische Hamiltongleichung für ein Teilchen mit Gesamtenergie E in einer Dimension (3d siehe Mittwoch)

$$E = T + V = \frac{p^2}{2m} + V$$

so erhalten wir die Schrödingergleichung:

$$\hat{H}\Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi(x, t) + V(x)\Psi(x, t)$$

Diese bildet stets den Ausgangspunkt zur Berechnung von $\Psi(x)$. Die zeitunabhängige Schrödingergleichung erhält man durch einen Separationsansatz ($\Psi(x, t) = \Psi_1(x)\Psi_2(t)$)

$$E\Psi_1(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Psi_1(x) + V(x)\Psi_1(x)$$

Es gilt dann:

$$\Psi_2(t) = e^{\frac{-iEt}{\hbar}}$$

Man kann also die Zeitentwicklung eines Zustandes mit bestimmter Energie explizit angeben.

3 Modell und Interpretation

3.1 Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Die zeitunabhängige Schrödingergleichung hat die Form einer (räumlichen) Schwingungsgleichung, daher nennt man $\Psi(x, t)$ auch (Orts-)Wellenfunktion. Wir wollen nun darstellen welche physikalische Bedeutung sie hat.

Da $\Psi(x, t)$ eine komplexwertige Funktion ist, kann sie nicht selbst eine reelle Größe darstellen. Man interpretiert stattdessen die reelle Funktion $|\Psi(x, t)|^2$ als die Wahrscheinlichkeit ein den Zustand Ψ besetzendes Teilchen an der Stelle x zur Zeit t zu detektieren.

$|\Psi(x, t)|^2$ wird also als die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte (präziser wäre Detektierungswahrscheinlichkeitsdichte) des Teilchens im Zustand Ψ aufgefasst. An dieser Stelle können wir auch die oben gemachte Forderung

$$\int \Psi^* \Psi dx = 1$$

verstehen, da die Gesamtwahrscheinlichkeit das Teilchen irgendwo im System zu detektieren gleich 1 sein muss.

Diese Interpretation liefert eine überzeugende Erklärung vieler Experimente, so auch der im ersten Abschnitt angesprochenen Elektronenbeugung. Sehr vereinfacht kann man also sagen, dass ein Teilchen bei seiner Wechselwirkung mit anderen Teilchen (z.B. durch Streuung) Teilchencharakter besitzt, d.h. es kann Zustände besetzen bzw. verlassen und auch andere Teilchen dazu anregen. Die Ausbreitung der Teilchen wird jedoch durch die Gestalt und Zeitentwicklung der Zustände und damit durch die Schrödingergleichung bestimmt. Sie hat also einen eher wellenförmigen Charakter. Man spricht daher häufig von "Materiewellen" (Welle-Teilchen-Dualismus).

3.2 Materiewellen

Für freie Teilchenströme ($V=0$, nicht normiert, daher Strom) liefert die Schrödingergleichung ebene Wellen als Lösungen (Anm.: In diesem Fall ist $E = \frac{p^2}{2m}$).

$$\Psi(x, t) = e^{i\frac{p}{\hbar}x - i\frac{E}{\hbar}t} = e^{ikx - i\omega t}$$

Man verwendet dabei üblicherweise die Bezeichnungen:

$$k := \frac{p}{\hbar} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{und} \quad \omega := \frac{E}{\hbar} = 2\pi f$$

Impuls und Energie der Teilchen ergeben sich zu:

$$\langle p \rangle = \frac{\hbar}{i} \partial_x \Psi(x, t) = \hbar k$$

$$\langle E \rangle = i\hbar \partial_t \Psi(x, t) = \hbar \omega$$

Diese Gleichungen schlagen eine Brücke zwischen dem Wellen und dem Teilchenbild.

3.3 Messvorgang

Wie bereits zuvor erwähnt lässt sich jeder Zustand in einen (i.d.R. unendlichen) Satz von Eigenzuständen jedes beliebigen hermiteschen Operators entwickeln. Da jede Messgröße durch einen solchen Operator dargestellt ist, kann zu jeder Messgröße eine solche Entwicklung in Eigenzustände (Fourierentwicklung) vorgenommen werden.

Seien also beispielsweise $G \rightarrow \hat{G}$ die zu messende Größe und $\Phi_{G,n}$ alle Eigenzustände von \hat{G} . Wir können nun entwickeln:

$$\Psi = \sum c_n \cdot \Phi_{G,n}$$

Wir wissen selbstverständlich vor der Messung noch nicht welchen Wert die Größe G annehmen wird. Wir fordern jedoch, dass ein einmal gemessener Wert reproduzierbar ist. Messen wir also ein zweites mal, so soll die Messung wieder den Wert der ersten Messung ergeben. Würden wir diese Forderung fallen lassen, so gäbe es keine Möglichkeit irgendwelche quantitativen Aussagen über das System zu treffen und die gesamte Theorie wäre nutzlos.

Was bedeutet die Forderung nach Reproduzierbarkeit konkret?

Sie impliziert, dass das Anwenden des Operators \hat{G} auf den gemessenen Zustand diesen nicht verändern darf, d.h. dieser Zustand muss ein Eigenzustand sein.

Es ist also nur möglich Eigenzustände zu messen mit den entsprechenden Eigenwerten als Messergebnisse. Nun ist aber unmittelbar klar, dass der Zustand Ψ selbst kein Eigenzustand des Systems sein muss. Nach der Messung liegt jedoch ein Eigenzustand vor, woraus sofort folgt, dass der Messvorgang selbst das System verändert. Man sagt das System wird in den Eigenzustand projiziert.

Diese Tatsache hat das Weltbild der Physik nachhaltig verändert, da feste Begriffe wie z.B. Determinismus neu hinterfragt werden müssen.

Wenn das System nur in Eigenzuständen von \hat{G} vorkommt, welche Bedeutung hat den Ψ ? Immerhin können wir ja die Gestalt von Ψ z.B. durch die Schrödingergleichung und die Messung einer anderen Observablen bestimmen. Um dies zu klären betrachten wir:

$$\Psi^2 = \sum c_n^2 \cdot \Phi_{G,n}^2$$

(Alle gemischten Terme fallen weg, da die normierten Eigenzustände eine Orthonormalbasis bilden.)

In dieser Darstellung erkennen wir, dass es sinnvoll ist c_n^2 als die Wahrscheinlichkeit zu interpretieren mit der ein bestimmter Eigenzustand gemessen wird.

3.4 Unschärferelation

Da der Messvorgang das Ergebnis beeinflusst, ist es nur möglich verschiedene Eigenschaften des Systems zu bestimmen, falls diese gemeinsame Eigenzustände besitzen. Es darf insbesondere keinen Unterschied machen, welche Größe zuerst gemessen wurde. Formal gesprochen bedeutet dies, dass der Kommutator der beiden Operatoren \hat{A} , \hat{B} gleich Null sein muss, also gilt:

$$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = \hat{0}$$

Ist dies nicht der Fall, so ist es nicht möglich beide Größen gleichzeitig beliebig genau zu bestimmen. Konkret ist die minimale Ungenauigkeit der Messungen (Ohne Herleitung):

$$\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{1}{2} |\langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle_{\Psi}|$$

Der Index Ψ soll hierbei andeuten, dass für viele Größenpaare die Messunschärfe von den einzelnen Zuständen abhängt. Wir interessieren uns aber vor allem für

die Paare (E,t) und (x,p) und in diesen Fällen ist der Kommutator konstant. Es gelten:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$
$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Man nennt solche Größenpaare komplementär.

3.5 Beispiel: Unschärfe Ort / Impuls

Wir wollen beispielhaft ein freies, Teilchen mit Impuls p_0 betrachten, also ein freies Teilchen ($V = 0$) bei dem wir eine Impulsmessung beliebig scharf vorgenommen haben. Es soll nun der Aufenthaltsort bestimmt werden.

Wir betrachten das Problem auf zwei Arten erst anschaulich und anschließend formal.

Zunächst müssen wir uns den Messvorgang vorstellen. Wie wird die Messung bewerkstelligt? Durch die Wechselwirkung des Teilchens mit unserer Messapparatur. D.h. wir stoßen das Teilchen während des Messvorgangs (z.B. Compton-Streuung, Röntgenbeugung etc.) an und erhalten als Ergebnis einen mehr oder weniger scharfen Aufenthaltsort. Leider haben wir das Teilchen während der Messung angestoßen und somit seinen Impuls verändert.

Um den Ort genau bestimmen zu können muss die de-Broglie-Wellenlänge des Messteilchens möglichst klein sein, d.h. der Impuls des gemessenen Teilchens verändert sich stark.

Formal lässt sich der beliebig scharfe Impulszustand als Deltafunktion schreiben:

$$\Psi(k) = \delta(k - k_0)$$

wobei $p_0 = \hbar k_0$ gilt. Über Fouriertransformation erhalten wir in einem System der Größe L die Darstellung $\Psi(x)$:

$$\Psi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \Psi(k) e^{ikx} dk = \frac{1}{\sqrt{L}} \cdot e^{ik_0 x}$$
$$\Rightarrow |\Psi(x)|^2 = \frac{1}{L}$$

Es ist also jeder Aufenthaltsort innerhalb des Systems gleich wahrscheinlich. Das Teilchen ist vollständig delokalisiert.

4 Bohrsches Atommodell

Wir wollen uns nun mit einem Modell für das Atom, dem Bohrschen Atommodell beschäftigen. Es liefert zwar nur eine sehr grobe Erklärung für die Spektren der Atome und versagt insbesondere bei den magnetischen Eigenschaften, ist jedoch energetisch eine gute erste Näherung für die tatsächlich gefundenen Werte. Das Modell ist sehr bemerkenswert, da es in den Anfängen der Quantenmechanik als ein Planetensystemmodell entwickelt wurde.

Wir werden aber trotzdem auch die in den ersten Abschnitten gewonnenen Erkenntnisse mit einfließen lassen.

4.1 Grundannahmen

Wir betrachten hier ausschließlich Systeme mit nur einem Elektron. Wir wollen zunächst annehmen, dass das Elektron wie ein Planet um den Kern kreist. Hieraus folgt für stabile Bahnen, aus einem Radialen Kräftegleichgewicht:

$$\frac{\mu v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}$$
$$\Rightarrow r = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0\mu v^2}$$

Mit der reduzierten Masse $\mu = \frac{m_e \cdot m_K}{m_e + m_K} \approx m_e$.

Dieser Ansatz allein hat jedoch den großen Nachteil, dass beschleunigte Ladungsträger Energie abstrahlen und somit die Elektronen mit der Zeit in den Kern stürzen würden.

Bohr postulierte nun, dass es nicht strahlende Bahnen geben müsse und zwar genau diejenigen, deren Materiewellen um den Kern stehende Wellen bilden.

Auch nach der Schrödingergleichung bilden energieerhaltende Zustände stehende Wellen. Dies ist eine bemerkenswerte Übereinstimmung wenn man bedenkt, dass die Schrödingergleichung erst Jahre nach dem Bohrschen Atommodell entwickelt wurde.

4.2 Resultate

Wir erhalten nun:

$$r = \frac{n}{k} = \frac{n\hbar}{p} = \frac{n\hbar}{\mu v}$$
$$\Rightarrow v = \frac{n\hbar}{\mu r}$$

Für den Radius der Bahn folgt dann:

$$r = \frac{4\pi n^2 \hbar^2 \epsilon_0}{\mu Z e^2} =: \frac{n^2}{Z} a_0$$

Mit dem Bohrschen Radius $a_0 \approx 0,053nm$ ($Z = 1, n = 1$)

Ursprünglich stellte Bohr die Quantisierungsbedingung für den Drehimpuls $|L| = n\hbar$ auf. Wir erkennen sofort, dass diese Bedingung gleichbedeutend mit der für stehende Wellen in den Bahnen ist. Die Tatsache, dass sich Drehimpulse nur in Schritten von \hbar ändern können wird im nächsten Abschnitt relevant.

Die diskreten Energien ergeben sich zu:

$$E = E_{kin} + E_{pot} = -\frac{\pi^2 \mu e^4 Z^2}{2\epsilon_0^2 \hbar^2 n^2} = -R_y \frac{Z^2}{n^2}$$

Mit der Rydberg-Konstante 13,6 eV.

5 Spin

5.1 Stern-Gerlach-Experiment

Lässt man einen Elektronenstrahl durch ein inhomogenes Magnetfeld laufen, so stellt man eine Aufspaltung des Strahls in zwei scharf getrennte Teilstrahlen fest. Das ursprüngliche Experiment wurde mit Silberatomen durchgeführt, wir werden jedoch später (Donnerstag) sehen, dass effektiv nur ein Elektron eine Rolle spielte.

Das Experiment ließ sich aus den zuvor bekannten Eigenschaften des Elektrons nicht erklären und deutete auf eine weitere zuvor unbekannte Eigenschaft der Teilchen hin.

Die neue Eigenschaft wurde einem inneren magnetischen Moment, proportional zu einem inneren Drehimpuls, der Elektronen zugeordnet. Sie erhielt aus diesem Grund den Namen Spin.

5.2 Eigenschaften des Spins

Wir haben gesehen, dass der Spin exakt zwei Einstellungen haben kann. Der Spin (besser die z-Komponente) als drehimpulsartige Größe, kann sich nur in Schritten von \hbar ändern. Diese Änderung geschieht symmetrisch um Null, weshalb es sinnvoll ist den Betrag des Spins auf $\frac{1}{2}\hbar$ und seine z-Komponente auf $\pm\frac{1}{2}\hbar$ festzulegen.

Man definiert zwei neue Quantenzahlen: s für den Betrag des Spins (im obigen Fall $s = \frac{1}{2}$) und $-s \leq m_s \leq s$ für seine z-Komponente.

Die neue Eigenschaft muss nun in unser Zustandsbild eingepasst werden. Zu jedem (Einteilchen-)Zustand definieren wir nun zwei Ausprägungen. Die eine nennen wir Spin-up und bezeichnen sie mit $|\uparrow\rangle$, die andere nennen wir Spin-down $|\downarrow\rangle$.

Alle anderen Eigenschaften der Zustände bleiben erhalten, der Spin kann also stets separat betrachtet werden.

5.3 Teilchenarten

Alle Teilchen lassen sich in zwei Familien einteilen. Die eine besteht aus Teilchen mit symmetrischer (bzgl. Spiegelung am Ursprung) Zustandsfunktion (Ψ mal Spinfunktion). Diese Teilchen nennt man Bosonen. Sie haben ganzzahligen Spin. Mehrere Bosonen können denselben Zustand besetzen. Beispiele sind Photonen, Phononen, H_2 -Moleküle, u.v.m..

In der zweiten Familie haben die Teilchen eine Antisymmetrische Zustandsfunktion und werden Fermionen genannt.

Zustände können nur von einem Fermion (bzw. 2 wenn man den Spin vernachlässigt) besetzt werden. Fermionen haben halbzahligen Spin.

Alle realen (nicht Austauscheteilchen) Elementarteilchen sind Fermionen z.B. Elektronen, Quarks, Neutrinos, etc., aber auch Protonen und Neutronen.

Eine nähere Diskussion der Eigenschaften von Fermionen bzw. Bosonen wird am Freitag gegeben.