Technische Universität München
Repetitorium zur Experimentalphysik 2
Lösungsskizzen zu den Übungsaufgaben Mittwoch, 6.August
Thorsten Wolf

0.1 Schaltkreise

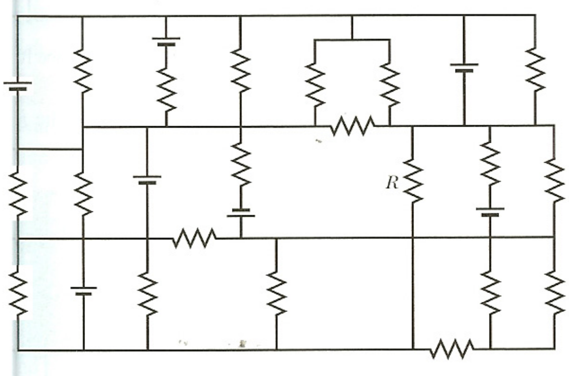
Aufgabe 1 (Parallelschaltung) *Zunächst sei ein einzelner Widerstand R_1 mit einer Batterie verbunden, dann werde ein zweiter Widerstand R_2 parallel dazu geschaltet. Sind (a) die Potenzialdifferenz über den Widerstand R_1, (b) der Strom I_1 durch R_1 nun größer, kleiner oder genau so groß wie vorher? (c) Ist der zu den beiden Widerständen R_1 und R_2 äquivalente Widerstand R_{12} kleiner, größer oder gleich R_1? (d) Ist der Gesamtstrom durch beide Widerstände größer als, kleiner als oder gleich dem anfänglichen Strom durch R_1?*

Lösung 1 (Parallelschaltung) *(a) Potenzialdifferenz bleibt gleich (Maschenregel) (b) Strom durch R_1 bleibt gleich: Ohm'sches Gesetz $I =$ sowohl Potenzialdifferenz U als auch Widerstand R_1 sind gleich. (c) R_{12} ist kleiner als R_1, da bei jeder Parallelschaltung der äquivalente Widerstand kleiner als der kleinste Einzelwiderstand ist. (d) Der Gesamstrom ist größer als der anfängliche Strom durch R_1, da der äquivalente Widerstand kleiner ist als R_1 (vgl (c))*

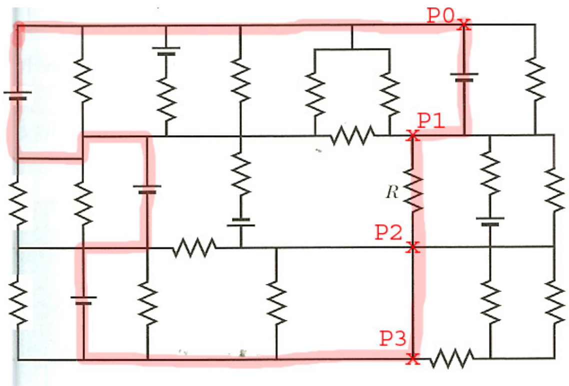
Aufgabe 2 (Reihenschaltung) *Zunächst sei ein einzelner Widerstand R_1 mit einer Batterie verbunden, dann werde ein zweiter Widerstand R_2 in Reihe dazu geschaltet. Sind (a) die Potenzialdifferenz über den Widerstand R_1, (b) der Strom I_1 durch R_1 nun größer, kleiner oder genau so groß wie vorher? (c) Ist der zu den beiden Widerständen R_1 und R_2 äquivalente Widerstand R_{12} kleiner, größer oder gleich R_1? (d) Ist der Gesamtstrom durch beide Widerstände größer als, kleiner als oder gleich dem anfänglichen Strom durch R_1?*

Lösung 2 (Reihenschaltung) *(a) Die Potenzialdifferenz über R_1 nimmt ab, da die gesamte anliegende Spannung die gleiche ist, jetzt jedoch ein Teil der Spannung über R_1, der Rest über R_2 abfällt. (b) I_1 ist jetzt kleiner als anfangs, da der Gesamtwiderstand (siehe (c)) zugenommen hat. (c) R_12 ist größer als R_1, schließlich ist er die Summe aus R_1 und R_2. (d) gleiche Antwort wie in (b), da der Gesamtstrom gleich dem Strom durch R_1 ist.*

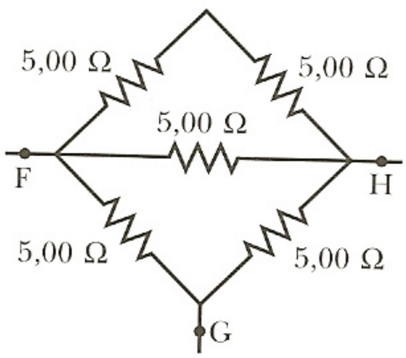
Aufgabe 3 (Widerstands-Monsternetz) *Die Widerstände des unten dargestellten Netzes aus Widerständen und Batterien haben einen Wert von 4 Ω, sämtliche als ideal angenommenen Batterien liefern eine Spannung von 4 V. Wie groß ist der Strom durch den Widerstand R? (Hinweis: Sobald Sie die geeignete Schleife in diesem Netz gefunden haben, können Sie die Frage in ein paar Sekunden aus dem Kopf beantworten...).*



Lösung 3 (Widerstands-Monsternetz) *Betrachtet man die rot eingefärbte Masche, so ist zu erkennen, dass die Reihenschaltung der drei Batterien auf der linken Seite eine Potenzialdifferenz von* $3 \cdot 4V = 12V$ *zwischen dem oberen waagrechten Draht und dem unteren waagrechten Draht der eingefärbten Masche hervorruft. Aus dieser Information und der Spannungsquelle zwischen den Punkten P0 und P1 folgt, dass zwischen den Punkten P1 und P3 die Potenzialdifferenz* $12V - 4V = 8V$ *besteht. Da sich die Punkte P2 und P3 auf dem gleichen Potenzial befinden (weder Spannungsquelle noch Widerstand zwischen den beiden Punkten) liegt auch zwischen P1 und P2 die Spannung* $8V$ *an. Der Strom durch den Widerstand* R *lässt sich nun mittels Ohm'schen Gesetz zu* $I = \frac{8V}{4\Omega} = 2A$ *berechnen.*

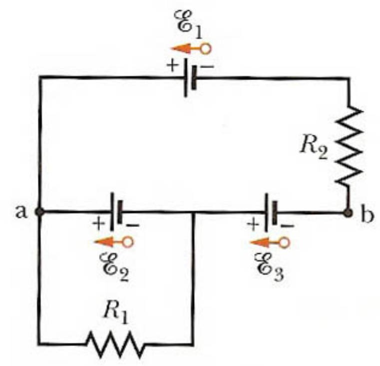


Aufgabe 4 *Gegeben sei unten stehendes Widerstandsnetzwerk. Wie groß sind die äquivalenten Widerstände zwischen den Punkten (a) F und H, sowie (b) F und G. (Hinweis: Stellen Sie sich vor, zwischen jedem Punktepaar würde eine Batterie angeschlossen.)*



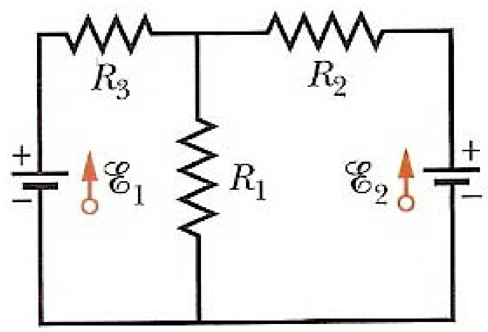
Lösung 4 *(a) Man „hangelt“ sich von außen nach innen durch: Die gesamte Anordnung kann als Parallelschaltung aus dem oberen Zweig, dem mittleren geraden Zweig und dem unteren Zweig gesehen werden. Folglich gilt für den Gesamtwiderstand* $\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_{oben}} + 1R_{mitte} + 1R_{unten}$. R_{oben} *und* R_{unten} *sind jeweils eine Reihenschaltung aus den beiden gleichen Widerständen* $R = 4\Omega$, $R_{mitte} = R = 5\Omega$. *Für den Gesamtwiderstand folgt:* $\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_{oben}} + \frac{1}{R_{mitte}} + \frac{1}{R_{unten}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{10\Omega} = \frac{2}{5}\frac{1}{\Omega}$ $R_{ges} = 2,5\Omega$

Aufgabe 5 *Bestimmen Sie für den Stromkreis (unten) den Strom durch jeden der beiden Widerstände sowie die Potenzialdifferenz zwischen den Punkten a und b. Die Batteriespannungen und Widerstandswerte seien gegeben zu* $\epsilon_1 = 6,0V$, $\epsilon_2 = 5,0V$, $\epsilon_3 = 4,0V$, $R_1 = 100\Omega$, $R_2 = 50\Omega$.



Lösung 5 *I_1 sei der Strom durch R_1. Er sei positiv, wenn er nach rechts fließt. I_2 sei der Strom durch R_2. Er sei positiv, wenn er nach oben fließt. Nun wenden wir die Maschenregel an.*
In der unteren Masche ergibt sich: $\epsilon_2 - I_1 R_1 = 0$
In der oberen: $\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3 - I_2 R_2 = 0$
Aus der ersten Gleichung folgt: $I_1 = \frac{\epsilon_2}{R_1} = 0,050A$
Aus der zweiten folgt: $I_2 = -0,06A$
Dass I_2 negativ ist, bedeutet, dass der Strom nach unten fließt.
Sei E_b das Potential am Punkt b, so ergibt sich das Potential am Punkt a zu $E_a = E_b + \epsilon_3 + \epsilon_2$
$E_a - E_b = 9V$

Aufgabe 6 *Im Stromkreis (unten) sei* $\epsilon_1 = 3,0V$, $\epsilon_2 = 1,0V$, $R_1 = 5,0\Omega$, $R_2 = 2,0\Omega$, $R_3 = 4,0\Omega$. *a) Mit welcher Rate wird Energie in den Widerständen R_i in Wärme umgewandelt? b) Welche Leistungen geben die beiden Batterien ab?*

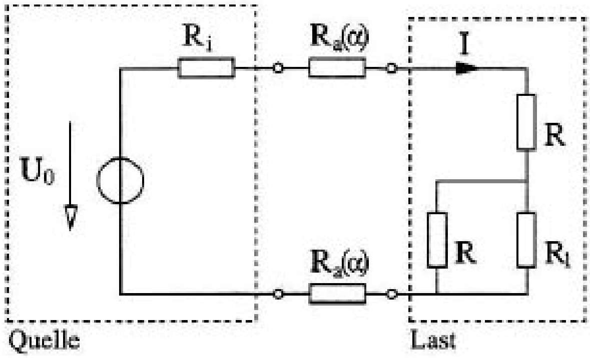


Lösung 6 *Zuerst legen wir die Stromrichtungen fest. Dies kann beliebig erfolgen, muss aber konsequent beibehalten werden.*
I_1 sei der Strom durch R_1, er sei positiv, wenn er nach oben fließt.
I_2 sei der Strom durch R_2, er sei positiv, wenn er nach links fließt.
I_3 sei der Strom durch R_3, er sei positiv, wenn er nach rechts fließt.
Aus der Knotenregel folgt: $I_1 + I_2 + I_3 = 0$
Mit der Maschenregel folgt für die linke Masche: $U_1 - I_3 R_3 + I_1 R_1 = 0$
und für die rechte: $U_2 - I_2 R_2 + I_1 R_1 = 0$
Lösen des Gleichungssystems liefert:
$I_1 = -\frac{5}{19}A = -0,26A$; $I_2 = -\frac{3}{19}A = -0,158A$; $I_3 = \frac{8}{19}A = 0,42A$
Die Rate mit der Energie in Wärme umgewandelt wird ist die Leistung:
$P_i = I_i^2 R_i$
$P_1 = 0,346W$; $P_2 = 0,050W$; $P_3 = 0,709W$

b) Die Leistung der Batterie 1 ist $P_{B1} = U_1 I_3 = 1,3W$
Die Leistung der Batterie 2 ist $P_{B2} = U_2 I_2 = -0,158W$
Batterie 2 wird also aufgeladen, ihre Energie steigt.

Aufgabe 7 *Gegeben ist die nachfolgende Gleichstromschaltung bestehend aus einer Spannungsquelle U_0 mit dem Innenwiderstand R_i, einer Last und zwei von dem Parameter α abhängigen Leitungswiderständen $R_a(\alpha)$ (siehe Abbildung). Dabei gilt $R_1 = R$ und:*

$$R_a(\alpha) = R \cdot (1 + \alpha^2 - \alpha) mit 0 < \alpha < 1 \tag{0.1}$$



a) Berechnen Sie den Strom I durch die Last in Abhängigkeit von U_0, R, α und R_i.
b) Wie groß ist die Spannung U_1, die am Widerstand R_1 abfällt?
c) Berechnen Sie die an den Klemmen der Quelle abgegebene Leistung P_Q und die an der Last verbrauchte Leistung P_L.
d) Bei welchem Parameterwert α ist der Wirkungsgrad $\eta = \frac{P_L}{P_Q}$ der Anordnung am größten?

Lösung 7 *a) Es gilt: $I = \frac{U_0}{R_{ges}}$ Der Gesamtwiderstand folgt zu $R_{ges} = R_i + 2R_a + R + \frac{1}{\frac{1}{R}+\frac{1}{R}} = R_i + 2R_a + R + 0,5R$ Der Strom ergibt sich somit zu:*

$$I = \frac{U_0}{R_i + 2R_a + 1,5R} \tag{0.2}$$

b) Die Paralleschaltung von R_1 und R hat den Widstand $0,5R$. Der Spannungsabfall an dieser Parallelschaltung ist gleich dem Spannungsabfall über R_1:

$$U_1 = \frac{U_0}{R_g es} \cdot (0,5R) \tag{0.3}$$

c) Die Leistung der Spannungsquelle ergibt sich als Produkt aus ihrer Klemmspannung und dem Strom: $P_Q = U_{klemm} \cdot I$ Die Klemmenspannung ist gleich dem Spannungsabfall über die Summe aller Widerstände außerhalb der Quelle: $U_{klemm} = \frac{U_0}{R_{ges}} \cdot (2R_a + 1,5R)$
Mit dem Strom aus a) folgt die Leistung zu:

$$P_Q = \frac{U_0^2(2R_a + 1,5R)}{(R_i + 2R_a + 1,5R)^2} \tag{0.4}$$

Die an der Last verbrauchte Leistung folgt als Differenz aus der Leistung der Quelle und der Leistung, die an den beiden Leitungswiderständen R_a dissipiert:

$$P_L = P_Q - I^2 \cdot 2R_a = P_Q - \frac{2R_a U_0^2}{(R_i + 1,5R + 2R_a)^2} = \frac{U_0^2 \cdot 1,5R}{(R_i + 2R_a + 1,5R)^2} \tag{0.5}$$

d)

$$\eta = \frac{P_L}{P_Q} = \frac{1,5R}{2R_a + 1,5R} = \frac{1,5R}{2R(1+\alpha^2-\alpha)+1,5R} = \frac{1,5}{2(1+\alpha^2-\alpha)+1,5} \tag{0.6}$$

Da der Wirkungsgrad maximal werden soll, muss der Nenner minimal werden. Hierzu differenzieren wir ihn nach α und erhalten

$$\alpha = 0,5 \tag{0.7}$$

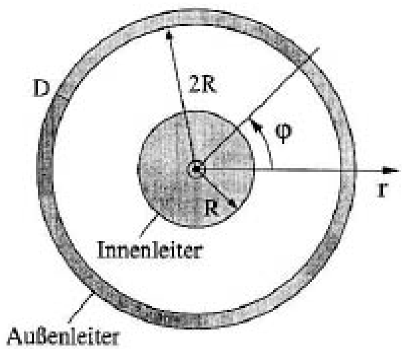
als Lösung.
Die zweite Ableitung zeigt, dass es sich tatsächlich um ein Minimum (wir haben nur den Nenner betrachtet) handelt.
Folglich führt $\alpha = 0,5$ zu einer Maximierung des Wirkungsgrads.

0.2 statische Magnetfelder

Aufgabe 8 *Gegeben sei ein Koaxialleiter bestehend aus einem zylinderförmigen Innenleiter mit dem Radius R und einem Mantel der Dicke D im Abstand $2R$ von der z-Achse. Die in der Anordnung fließende Stromdichte lautet in Zylinderkoordinaten:*

$$\vec{j}(r) = \hat{e}_z \cdot \begin{cases} j_0 \cdot \frac{r^2}{R^2} & f\ddot{u}r\ 0 \le r \le R \\ j_0 \cdot \frac{\beta}{r} & f\ddot{u}r\ 2R < r \le 2R + D \\ 0 & sonst \end{cases}$$

Verwenden Sie für Ihre Berechnungen ein geeignetes Koordinatensystem.



a) Bestimmen Sie durch Flächenintegration den Strom I_i durch den Innenleiter und den Strom I_a durch den Außenleiter.

b) Berechnen Sie den Betrag und die Richtung des Magnetfeldes $\vec{H}$.

c) Für welchen Wert des Paramters β verschwindet das Magnetfeld $\vec{H}$ im Außenraum (d.h. bei r>2R+D)? Was bedeutet das für die Ströme in den beiden Leitern?

d) Skizzieren Sie die radiale Abhängigkeit des Magnetfeldes $\vec{H}$ für den Fall, dass das Magnetfeld im Außenraum $(r > 2R + D)$ verschwindet.

Lösung 8 *a) Der Strom durch den Innenleiter beträgt*

$$I_i = \int_0^{2\pi} \int_0^R j_0 \frac{r^2}{R^2} r dr d\phi = \frac{\pi j_0 R^2}{2} \tag{0.8}$$

und der Strom durch den Außenleiter

$$I_a = \int_0^{2\pi} \int_{2R}^{2R+D} j_0 \frac{\beta}{r} r dr d\phi = 2\pi j_0 \beta D \tag{0.9}$$

b) Aus der Zylindersymmetrie resultiert $\vec{H} = H(r)\hat{e}_\phi$ und mit dem Induktionsgesetz folgt dann

$$\int_{\partial A} \vec{H} d\vec{s} = \int_0^{2\pi} H(r) r d\phi = 2\pi r \cdot H(r) = I_{eing} \tag{0.10}$$

- *$0 \leq r < R$:*

$$I_{eing} = \int_0 2\pi \int_0 r j_0 \frac{\xi^2}{R^2} \xi d\xi d\phi = 2\pi j_0 \frac{r^4}{4R^2} \tag{0.11}$$

- *$R \leq r < 2R$:*

$$I_{eing} = I_i = \frac{\pi j_0 R^2}{2} \tag{0.12}$$

- *$2R \leq r < 2R + D$:*

$$I_{eing} = I_i + \int_0 2\pi \int_{2R} 2R + D j_0 \frac{\beta}{\xi} \xi d\xi d\phi = \frac{\pi j_0 R^2}{2} + 2\pi \beta j_0 (r - 2R) \tag{0.13}$$

- *$2R + D \leq r$:*

$$I_{eing} = I_i + I_\alpha = \frac{\pi j_0 R^2}{2} + 2\pi j_0 \beta D \tag{0.14}$$

Damit resultiert das Magnetfeld zu

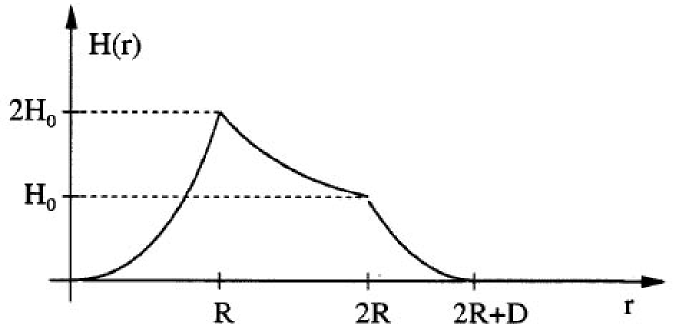
$$H(r) = \frac{j_0}{4r} \cdot \begin{cases} \frac{r^4}{R^2} & für\ 0 \leq r \leq R \\ R^2 & für\ R \leq r < 2R \\ R^2 + 4\beta(r - 2R) & für\ 2R \leq r < 2R + D \\ R^2 + 4 & für\ r \geq 2R + D \end{cases}$$

c) Das Magnetfeld im Außenraum verschwindet, falls I_{eing} für $r > 2R + D$ gleich Null ist. Somit gilt

$$I_i + I_a = \frac{\pi j_0 R^2}{2} + 2\pi j_0 \beta D =!0 \tag{0.15}$$

und dann folgt $\beta = -\frac{R^2}{4D}$

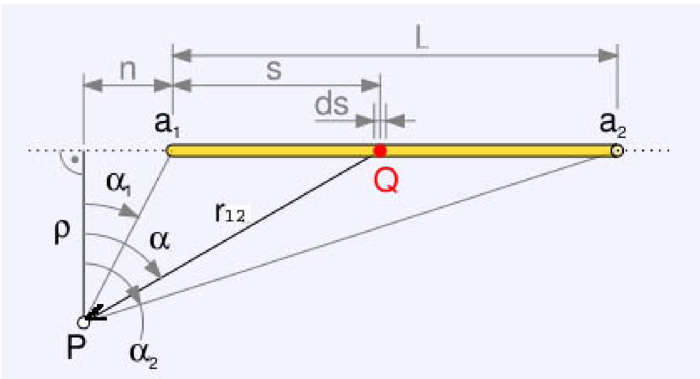
d) Mit $H_0 = j_0 R/8$ gilt



Aufgabe 9 *Berechnen Sie das Magnetfeld, das von einem geraden Stromfaden erzeugt wird im Punkt (1,4,2). [$1LE \equiv 1m$]*
Der Stromfaden laufe entlang der z-Achse; beginnend bei z=4 ende er bei z=21. Die Elektronen im Draht bewegen sich in negative z-Richtung. Die Stromstärke betrage $I = 100A$.

Lösung 9 *Dass sich die Elektronen in negative z-Richtung bewegen, bedeutet, dass die technische Stromrichtung in positive z-Richtung zeigt.*
Die Rechnung wird im Skript durchgeführt (2.3.4 Beispiele). Interessant ist Formel 2.32.

$$B((1,4,2)) = \frac{\mu_0 I}{4\pi\rho}(sin\alpha_2 - sin\alpha_1)\hat{e}_a \tag{0.16}$$



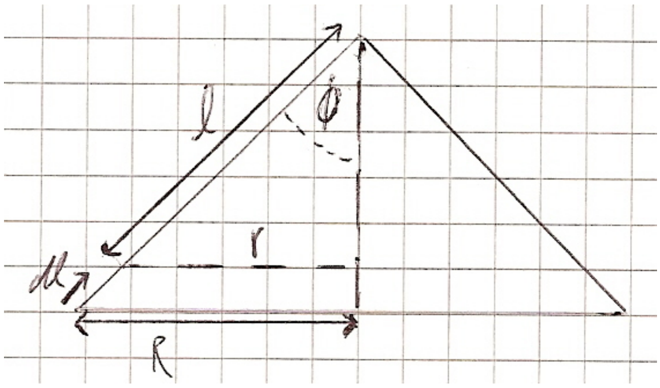
Die Winkel ergeben sich aus den Beziehungen:

$$tan(\alpha_1) = \frac{n}{\rho} \quad und \quad tan(\alpha_2) = \frac{n+L}{\rho} \tag{0.17}$$

hierbei sind $n = 4-2 = 2$, $L = 21-2 = 19$ *und* $\rho = \sqrt{1^2+4^2} = \sqrt{17}$

Aufgabe 10 *Berechnen Sie das magnetische Dipolmoment eines mit Winkelgeschwindigkeit ω (von oben betrachtete im Uhrzeigersinn) rotierenden Kegels (Höhe h, Radius R), der die konstante negative Oberflächenladungsdichte σ trägt.*

Lösung 10 *Das Dipolmoment ist nach oben gerichtet, da sich der Kegel von oben aus gesehen im Uhrzeigersinn dreht, und es sich um negative Ladungsträger handelt.*



Der halbe Öffnungswinkel sei $\phi \Rightarrow sin\phi = r/l$, l sei die Seitenkante des Kegels
Für den Strom der sich ergibt, wenn ein geladener Drahtring mit Radius r und Winkelgeschwindigkeit ω rotiert folgt: $I = \rho Av = \lambda v = \lambda\omega r$
Unseren Gesamtstrom setzen wir aus solchen kleinen Kreiströmen dI zusammen.
$\lambda = \sigma dl$*;* $\omega r = \omega l \cdot sin\phi$
$dI = \lambda\omega r = \sigma\omega l \cdot sin\phi dl$
Das Dipolmoment für einen infinitesimal kleinen Ring ist:
mit Fläche $A = \pi r^2 = \pi l^2 sin^2\phi$
$d\mu = A \cdot dI$ *hieraus ergibt sich* μ *durch Integration über* $d\mu$
$\mu = \int_0^{R/sin\phi} d\mu = \pi\sigma\omega sin^3\phi \int_0^{R/sin\phi} l^3 dl = \frac{1}{4sin\phi} R^4 \pi\sigma\omega$

Aufgabe 11 *Eine Ionenquelle erzeugt* ^6Li*-Ionen (Masse 6u, Ladung +e). Die Ionen werden durch eine Potenzialdifferenz von 10kV beschleunigt und bewegen sich dann horizontal in einen Raumbereich, in dem ein homogenes, vertikal gerichtetes Magnetfeld vom Betrag B=1,2T besteht. Wie stark muss ein dem Magnetfeld in demselben Raumbereich überlagertes elektrisches Feld sein, damit die Ionen die Feldkonfiguration ohne Ablenkung passieren?*

Lösung 11 *Für die durch das elektrischen Feld verursachte Kraft gilt:* $F_c = Eq$ *Für die durch das Magnetfeld verursachte Kraft gilt:* $F_L = qvBsin\phi$*, wobei* $sin\phi = 1$*,da* $\phi = 90$
Das Gleichsetzen beider Kräfte liefert: $E = \frac{evB}{e} = vB$
v lässt sich aus der kinetischen Energie W der Ionen berechnen: $v = \sqrt{2eW/m}$
W ergibt sich aus der durchlaufenen Potentialdifferenz zu $W = Uq = Ue = 10keV$
$E = 6,8 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$

Aufgabe 12 *Beschreiben Sie eine Anordnung aus B- und E-Feld, die als Geschwindigkeitsfilter dient und geben Sie die Geschwindigkeit an, welche die Teilchen haben, die ihn passieren.*

Lösung 12 *Anordnung aus vorheriger Aufgabe liefert Bedingungen für einen Geschwindigkeitsfilter.*
$E = vB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$

Aufgabe 13 *In einer kreisförmigen Drahtschleife mit dem Radius 8cm fließe ein Strom von 0,2A. Ein Einheitsvektor parallel zum magnetischen Dipolmoment* μ *der Schleife sei gegeben durch 0,6*$e_x$$-0,8e_y$*. Die Schleife befinde sich in einem homogenen Magnetfeld B= 0,25*e_x*+ 0,3*e_z*.Bestimmen Sie a) das auf die Schleife wirkende Drehmoment (in der Schreibweise mit Einheitsvektoren), b) die potenzielle Energie der Schleife.*

Lösung 13 *a) Das magnetische Dipolmoment ist* $\vec{\mu} = \mu(0,6\vec{e}_x - 0,8\vec{e}_y)$*, mit* $\mu = IA = 4,02 \cdot 10^{-3} Am^2$

Das Drehmoment ist $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} = \mu(0,6\vec{e}_x - 0,8\vec{e}_y) \times (0,25\vec{e}_x + 0,3\vec{e}_z) =$
$\mu[(0,6)(0,3)(\vec{e}_x \times \vec{e}_z) - (0,8)(0,25)(\vec{e}_y \times \vec{e}_x) - (0,8)(0,3)(\vec{e}_y \vec{\times} e_z)] =$
$\mu[-0,18\vec{e}_y + 0,2\vec{e}_z - 0,24\vec{e}_x]$
b) Die potentielle Energie ist $E = -\vec{\mu} \circ \vec{B} = (0,6\vec{e}_x - 0,8\vec{e}_y) \circ (0,25\vec{e}_x + 0,3\vec{e}_z) =$
$-\mu(0,6)(0,25) = -0,15\mu = -6,0 \cdot 10^{-4} J$