

Übungsaufgaben zu den Grundlagen der experimentellen Thermodynamik

04.08.2008

Experimentalphysik-2-Ferienkurs

Fragen gerne an johannes.burkart@mytum.de

1 Bimetallthermometer

Ein Thermometer lässt sich auch aus zwei Metallstäben unterschiedlichen Materials bauen. Dafür spannt man die beiden Stäbe, die bei $\vartheta_0 = 0^\circ\text{C}$ die selbe Länge haben an einem Ende fest ein und bindet sie an ihrem anderen Ende aneinander.

Der Abstand zwischen den beiden Stäben ist überall d .

Um welchen Winkel ϕ verdrehen sich die beiden Stäbe (das „Zeigersystem“) gegen die Ausgangsrichtung, wenn sich die Temperatur um ΔT ändert?

Wie lautet die Celsius-Temperaturskala $\vartheta = \vartheta(\phi)$ für dieses Thermometer?

2 Autoreifen

Ein Autofahrer pumpt die Reifen seines Autos auf einen Druck von 180 kPa auf, während die Temperatur bei $\vartheta = -8^\circ\text{C}$ liegt. Als er sein Fahrtziel erreicht hat, ist der Reifendruck auf 245 kPa angestiegen. Wie hoch ist dann die Temperatur der Reifen, wenn

- angenommen wird, dass sie sich nicht ausdehnen?
- angenommen wird, dass sie sich um 7% ausdehnen?

3 Gasgemisch

Zwei gegenüber der Außenwelt isolierte Gefäße sind durch ein kurzes Rohr mit zunächst geschlossenem Ventil und vernachlässigbarem Volumen miteinander verbunden.

Im ersten Behälter befinden sich $V_{\text{He}} = 2\text{ m}^3$ Helium bei $P_{\text{He}} = 1.2\text{ bar}$ und $\vartheta_{\text{He}} = 30^\circ\text{C}$.

Im zweiten Behälter sind $m_{\text{Ne}} = 0.8\text{ kg}$ Neon bei $P_{\text{Ne}} = 2.1\text{ bar}$ und $\vartheta_{\text{Ne}} = 72^\circ\text{C}$. Die molare Masse von Neon ist $M_{\text{Ne}} = 20.2\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ und diejenige von Helium ist $M_{\text{He}} = 4.0\frac{\text{g}}{\text{mol}}$.

Nun öffnet der Experimentator das Ventil, wodurch sich die Gase vermischen und ein thermisches und mechanisches Gleichgewicht einstellt.

- Welche Temperatur misst der Experimentator im Endzustand?
- Welchen Druck misst er?
- Wie sind die Massenanteile $r_{\text{He}} = \frac{m_{\text{He}}}{m_{\text{ges}}}$ von Helium und $r_{\text{Ne}} = \frac{m_{\text{Ne}}}{m_{\text{ges}}}$ von Neon in dem Gemisch?

- d) Mit welcher *absoluten* isobaren Wärmekapazität \hat{c}_{gesP} des Gemischs muss der Experimentator rechnen ($\tilde{c}_{P_{He}} = \tilde{c}_{P_{Ne}} = \frac{5}{2}R$, Beweis in Aufgabe 4)?

4 Molare Wärmekapazität idealer Gase

Der Gleichverteilungssatz der statistischen Mechanik besagt, dass im thermischen Gleichgewicht jeder thermodynamische Freiheitsgrad f_{Th} eines Systems im Mittel die Energie $\frac{1}{2}k_B T$ trägt.

- a) Wie groß ist dann die molare Wärmekapazität bei *konstantem Volumen* \tilde{c}_V eines idealen Gases, das aus nichtwechselwirkenden Teilchen mit f Freiheitsgraden besteht?
- b) Und wie groß muss dann die molare Wärmekapazität bei *konstantem Druck* \tilde{c}_P dieses Gases sein?

5 Adiabatische Zustandsänderung

Aus dem ersten Hauptsatz, der idealen Gasgleichung und den molaren Wärmekapazitäten \tilde{c}_P und \tilde{c}_V (siehe Aufgabe 4) folgt mit $\gamma = \frac{\tilde{c}_P}{\tilde{c}_V}$ das Adiatengesetz idealer Gase:

$$\dot{Q} = 0 \Rightarrow \mathbf{P}\mathbf{V}^\gamma = \mathbf{const.} \text{ und } \mathbf{T}\mathbf{V}^{\gamma-1} = \mathbf{const.}$$

Wie ?

6 Thermoskanne

Wir wollen aus einem einfachen Modell einer Thermoskanne vorhersagen, wie lange ihr Inhalt warm bleibt.

Dazu stellen wir uns die Thermoskanne aus einem Aluminiumzylinder gebaut vor, der von einem zweiten, größeren Aluminiumzylinder umschlossen ist. Ihre Oberflächen seien in guter Näherung überall $d = 5 \text{ mm}$ voneinander entfernt und wegen des kleinen Abstands haben beide Zylinder circa die Abmessungen Querschnittsfläche $A = 40 \text{ cm}^2$ und Höhe $h = 25 \text{ cm}$. Im Zwischenraum der beiden Zylinder befinde sich ein nicht perfektes Vakuum, also Restgas, mit einer Wärmeleitfähigkeit von $\lambda = 0.001 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$. Desweiteren seien die beiden Zylinder aus poliertem Aluminium mit einem Reflektionskoeffizienten von $r = 0.95$, weshalb für ihre Strahlung das Stephan-Boltzmann-Gesetz mit *Emissionskoeffizient* $\epsilon = 1 - r$ gilt: $\Phi = (1 - r)\sigma AT^4$. Einen Stoff mit $\epsilon < 1$ nennt man *grauen Strahler*.

Im inneren Zylinder befinde sich ein Liter Tee ($c_{Wasser} = 4.18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$), der zum Zeitpunkt $t = 0$ eine Temperatur von $\vartheta = 80^\circ\text{C}$ habe. Die Außentemperatur betrage, zum Beispiel in einem Rucksack beim Skifahren, $\vartheta_{ausser} = 0^\circ\text{C}$.

Wir verwenden in Aufgabenteil b) und c) eine vereinfachende Näherung, um komplexe Zeitabhängigkeiten zu vermeiden:

Tip: Die Strahlungswärme muss als unendliche Reihe geschrieben werden (Reflektionen!).

- a) Welcher Wärmestrom \dot{Q} verlässt die Thermoskanne zum Zeitpunkt $t = 0$ in die Umgebung (bei vereinfachter Geometrie)?

- b) In welche Richtung geht unser Fehler, wenn wir annehmen, dass dieser Wärmestrom für alle Zeiten $t > 0$ unverändert fließt?
- c) Wie lange dauert es unter dieser Annahme, bis der Kanneninhalt auf 40°C abgekühlt ist?
- d) Was sagt uns das Verhalten unseres Thermoskannenmodells über Thermoskannen?

7 Solarherd

Die Oberflächentemperatur der Sonne beträgt $T_{\text{Sonne}} = 5778\text{ K}$ und ihr Durchmesser ist $d_{\text{Sonne}} = 1.39 \cdot 10^6\text{ km}$. Die Sonne ist in sehr guter Näherung ein schwarzer Strahler. Ihre Strahlung erreiche nach ihrer achtminütigen Reise die Erdoberfläche bei Zenitstand in erster Näherung in voller Stärke. Die spezifische Wärmekapazität von Wasser ist oben angegeben. Durch einen Parabolspiegel des Öffnungsquerschnitts $A = 1\text{ m}^2$, der die Wärme der Sonne in einen (hier idealisierterweise verlustfreien) Topf überführt, kann man einen Solarherd konstruieren. Er kann zum Beispiel verwendet werden, um einen Liter Wasser der Anfangstemperatur $\vartheta = 20^\circ\text{C}$ zum Kochen zu bringen.

- a) Wie lange braucht der Herd unter den gegebenen Annahmen, bis das Wasser kocht?
- b) Welche Eigenschaft der Erdatmosphäre trägt wesentlich dazu bei, dass es in der Realität länger dauert?

8 Kaffee mit Milch

Ein Physikstudent hat gelernt, dass bei jeder Temperaturangleichung eines heißen mit einem kalten System die *Unordnung* der Welt zunimmt.

Seither hat er beim Kaffeetrinken ein schlechtes Gewissen, wenn er kalte Milch hinzugibt. Er will nun wissen, wieviel Entropie er pro Kaffee erzeugt, um zu entscheiden, ob er das mit seinem Gewissen vereinbaren kann.

- a) Wieviel Entropie erzeugt der Student also, wenn er 200 ml Kaffee (200 ml 90°C warmes Wasser) mit 50 ml Milch (50 ml 5°C warmem Wasser) mischt? Wir nehmen vereinfachend an, dass ein zeitlich konstanter Wärmestrom \dot{Q} vom Kaffee in die Milch fließt, und die Temperaturangleichung nach einer bestimmten Zeit Δt abgeschlossen ist.
- b) Welchen unter Umständen noch größeren Entropieerzeugungsprozess bei der Mischung von Kaffee mit Milch hat der Student vergessen?

9 Dieselmotor

Bei dem Kreisprozess, der die Vorgänge in einem Dieselmotor modelliert, wird ein ideales Gas zuerst adiabatisch komprimiert, dann bei konstantem Druck expandiert, dann adiabatisch expandiert und schließlich bei konstantem Volumen abgekühlt (also $V_4 = V_1$).

Um eine konkrete Rechnung durchführen zu können sei das Arbeitsmedium durch Luft idealisiert, die Anfangstemperatur $T_1 = 288 \text{ K}$ und der Anfangsdruck Atmosphärendruck. Die erreichte Höchsttemperatur sei $T_3 = 2273 \text{ K}$, desweiteren $\frac{V_1}{V_2} = 21$

- a) Wie groß sind Drücke und Temperaturen an den Endpunkten der Teilprozesse?
- b) Wie groß ist $\frac{V_3}{V_2}$, das sogenannte Einspritzverhältnis?
- c) Wie groß ist der thermische Wirkungsgrad η dieser Konfiguration?
- d) Wie groß wäre der Wirkungsgrad η_C eines Carnotprozesses bei den selben Temperaturen gewesen?

10 Ottomotor

Wie sieht der Modell-Kreisprozess für den Ottomotor im $P - V$ -Diagramm aus?

Wie groß ist sein Wirkungsgrad η in Abhängigkeit von den Temperaturen T_1, T_2, T_3 und T_4 nach den Teilprozessen? Wieso kann man beim Ottoprozess sinnvoll von einem „Verdichtungsverhältnis“ ϵ sprechen und wie ist der Wirkungsgrad der Maschine in Abhängigkeit von diesem ϵ ?

11 Klimaanlage

Wenn ein Carnotscher Kreisprozess *linksläufig* betrieben wird, wandelt er Arbeit in Wärme um. Der Carnotprozess kann auf diese Weise entweder einem kalten Reservoir Wärme entziehen, um ein bereits warmes aufzuheizen (*Wärmepumpe*) oder einem bereits warmen Wärme zuführen, um ein kaltes abzukühlen (*Kältemaschine*).

Auch wenn die tatsächliche Technik wesentlich komplizierter ist, kann so eine Klimaanlage in erster Näherung modelliert werden.

In einem Beispiel arbeite der linksläufige Carnotprozess zwischen einem kalten Reservoir der Temperatur T_n und einem heißen Reservoir T_h .

Je nach Jahreszeit hat die Klimaanlage die oben erwähnten konträren Ziele:

- a) Wie groß ist die Leistungsziffer ϵ für eine Raumheizung ($T_h = 298 \text{ K}$, $T_n = 268 \text{ K}$)?
- b) Wie groß ist ϵ_0 für den Fall einer Raumkühlung ($T_h = 313 \text{ K}$, $T_n = 298 \text{ K}$)?

12 Geschwindigkeit von Gasmolekülen

Wie groß ist gemäß der statistischen Mechanik die quadratisch gemittelte Geschwindigkeit $v_{rms} = \sqrt{v^2}$ eines Wasserstoffmoleküls bei $\vartheta = 20^\circ \text{C}$ (mittlere Atommasse $\bar{m}_H = 1 \text{ u}$)?

Wie groß ist bei der selben Temperatur jene von Atomen im Quecksilberdampf ($\bar{m}_{Hg} = 260.6 \text{ u}$)?

Bedeutet das Ergebnis, dass Gasmoleküle in kurzer Zeit große Distanzen auf der Erde zurücklegen?