Repetitorium Theoretische Elektrodynamik, WS 07/08

1. **Multiple Choice**

   a) Im Halbraum $z < 0$ befindet sich ein geerdeter Leiter. Eine Punktladung $q > 0$ befindet sich bei $\vec{r}_0 = (0, 0, d)^T$. Dann gilt

   □ Das Potential Φ im Halbraum $z > 0$ entspricht dem Potential, das von der Ladung q bei $\vec{r}_0 = (0, 0, d)^T$ erzeugt wird.

   □ Das Potential Φ im Halbraum $z > 0$ entspricht dem Potential, das von der Ladung q bei $\vec{r}_0 = (0, 0, d)^T$ und der induzierten Oberflächenladung erzeugt wird.

   □ Das Potential Φ im Halbraum $z > 0$ entspricht dem Potential, das von der Ladung q bei $\vec{r}_0 = (0, 0, d)^T$, der Spiegelladung $-q$ bei $-\vec{r}_0$ und der induzierten Oberflächenladung erzeugt wird.

   □ Das Potential Φ im Halbraum $z > 0$ entspricht dem Potential, das von der Ladung q bei $\vec{r}_0 = (0, 0, d)^T$ und der Spiegelladung $-q$ bei $-\vec{r}_0$ erzeugt wird.

   □ Das elektrische Feld $\vec{E}$ im Halbraum $z > 0$ erhält man durch $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$

   □ Die Kraft, die auf die Ladung q ausgeübt wird, ist gegeben durch $\vec{F} = q\vec{E}$ mit $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$.

   □ Für das Potential Φ im Halbraum $z > 0$ gilt: $\Delta\Phi(\vec{r}) = -\frac{q}{\varepsilon_0}\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \quad \Phi(x, y, 0) = 0 \,\forall x, y \in \mathbb{R}$

   □ Für das Potential Φ im Halbraum $z > 0$ gilt: $\Delta\Phi(\vec{r}) = -\frac{q}{\varepsilon_0}\delta(\vec{r} - \vec{r}_0) + \frac{q}{\varepsilon_0}\delta(\vec{r} + \vec{r}_0) \quad \Phi(x, y, 0) = 0 \,\forall x, y \in \mathbb{R}$

   b) Ein Leiter befindet sich im Raum, der Raum zwischen den Leitern ist ladungsfrei. Dann wird das Potential bis auf eine Konstante eindeutig bestimmt durch:

   □ $\Delta\Phi = 0$

   □ $\Delta\Phi = 0$ und vorgegebene Ladungsverteilung auf Leiteroberfläche

   □ $\Delta\Phi = 0$ und vorgegebenes Potential auf Leiteroberfläche

   □ $\Delta\Phi = 0$, vorgegebene Ladungsverteilung und vorgegebenes Potential auf Leiteroberfläche

   c) Für den spurlosen Quadrupoltensor $\mathbf{Q}$ gilt:

   □ $\mathbf{Q}$ ist symmetrisch

   □ $\mathbf{Q}$ ist diagonalisierbar

   □ $\mathbf{Q}$ enthält 6 voneinander unabhängige Komponenten

   □ $Spur(\mathbf{Q})$ wird bei Koordinatendrehungen wie ein Tensor 2. Stufe transformiert.

   □ Liegen sämtliche Ladungen in der x-y-Ebene, so ist $\mathbf{Q}$ immer diagonal.

   □ Liegen sämtliche Ladungen auf den Koordinatenachsen, so ist $\mathbf{Q}$ immer diagonal.

   □ Liegen sämtliche Ladungen in der x-y-Ebene, so ist $Q_{xz} = Q_{yz} = 0$

   □ Liegen sämtliche Ladungen auf den Koordinatenachsen, so ist $Q_{xz} = Q_{yz} = 0$

   d) Für die magnetische Feldkonstante μ_0 gilt:

   □ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

   □ μ_0 lässt sich über die Kraft zwischen 2 parallelen Drähten nur ungenau messen.

   □ Der Wert $\mu_0$ist durch die Definition des Ampere festgelegt.

e) Im folgenden betrachten wir zeitabhängige $\vec{E}$ und $\vec{B}$-Felder

□ Für eine Kurve γ ist das Kurvenintegral $\int_\gamma \vec{E}\cdot d\vec{r}$ wegunabhängig.

□ Es gilt $\vec{E}$ ist wirbelfrei.

□ Das Magnetfeld des von der induzierten Spannung verursachten Stroms wirkt der Änderung des magnetischen Flusses entgegen.

□ Das Faraday'sche Induktionsgesetz ist eng verknüpft mit dem Ohm'schen Gesetz.

□ Für die Stromdichte $\vec{j}$ gilt die Kontinuitätsgleichung $\vec{\nabla}\cdot\vec{j} = 0$

f) Für die elektrische Dipolstrahlung mit dem Dipolmoment $\vec{p}_0 e^{i\omega t}$ im Koordinatenursprung gilt:

□ Die Polarisation von $\vec{E}$ ist radial.

□ $\vec{k} \| \hat{e}_r$

□ Das elektrische Feld schwingt senkrecht zur von $\hat{e}_r$ und $\vec{p}_0$ aufgespannten Ebene.

□ Die maximale Amplitude des $\vec{E}$-Feldes erhält man in einem Punkt in der Richtung von $\vec{p}_0$

□ Die maximale Amplitude des $\vec{B}$-Feldes erhält man in einem Punkt in der Ebene senkrecht zu $\vec{p}_0$

2. **Multipol-Entwicklung**
Vier Ladungen q befinden sich in einem kartesichen Koordinatensystem an den Punkten

$$(0, d, 0),\ (0, -d, 0),\ (0, 0, d),\ (0, 0, -d)$$

und vier Ladungen $-q$ an den Punkten

$$(-d, 0, 0),\ \left(-\frac{d}{2}, 0, 0\right),\ (d, 0, 0),\ (2d, 0, 0)$$

Berechnen Sie das Dipolmoment $\vec{p}$ und den spurlosen Quadrupoltensor **Q** dieser Ladungsanordnung.

3. **Magnetfeld einer rotierenden Scheibe**
Eine dünne Scheibe aus leitendem Material und mit Radius r sei gleichmäßig mit der Ladung Q aufgeladen. Die Scheibe dreht sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um die achse senkrecht zur Oberfläche der Scheibe. Berechnen Sie das magnetische Feld in der Achse der Anordnung?
Hinweis: Benutzen Sie

$$\int \frac{r^3}{(z^2+r^2)^{3/2}} dr = \frac{2z^2+r^2}{\sqrt{z^2+r^2}}$$

4. **Relativistische Transformation eines Dipolfeldes**
Ein magnetischer Dipol (ruhend in K) sei parallel zur z-Achse ausgerichtet. (magnetisches Moment $\vec{m} = m\vec{e}_z$)

a) Wie lauten die kartesischen Kompomenten des $\vec{B}$-Feldes?

b) Berechnen Sie nun das $\vec{E}-$ und $\vec{B}$-Feld eines gleichförmig in z-Richtung bewegten magnetischen Dipols, dessen Moment parallel zur z-Richtung orientiert ist. Zur Zeit $t = 0$ soll sich der Dipol im Nullpunkt von K befinden.

Transformation der Felder (K' bewegt sich in z-Richtung)

$$\begin{aligned} E'_z &= E_z & B'_z &= B_z \\ E'_x &= \gamma(E_x - c_0\beta B_y) & B'_x &= \gamma(B_x + (\beta/c_0)E_y) \\ E'_y &= \gamma(E_y + c_0\beta B_x) & B'_y &= \gamma(B_y - (\beta/c_0)E_x) \end{aligned}$$