Aufgaben zur Experimentalphysik 2 - Lösungen - Thorsten Wolf - 27.02.08

1 Materie im elektrischen Feld

1. $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$ mit $E_{max} = \frac{U_{max}}{d_{min}}$ nach d_{min} aufgelöst folgt: $A_{min} = \frac{C d_{min}}{\epsilon_0 \epsilon_r} = C \frac{U_{max}}{E_{max}} \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r}$

2. a) Parallelschaltung: $C_1 = \epsilon_0 \kappa_1 \frac{A/2}{d}$; $C_2 = \epsilon_0 \kappa_2 \frac{A/2}{d}$; $C = C_1 + C_2$
   b) Reihenschaltung: $C_1 = \epsilon_0 \kappa_1 \frac{A}{d/2}$; $C_2 = \epsilon_0 \kappa_2 \frac{A}{d/2}$;$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

3. $C_1 = \epsilon_0 \kappa_1 \frac{A/2}{2d}$; $C_2 = \epsilon_0 \kappa_2 \frac{A/2}{d}$; $C_3 = \epsilon_0 \kappa_3 \frac{A/2}{d}$; $C = C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$

4. a) C=$\epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \Rightarrow d = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{C} = 10kV/m$
   b) Q=CU=5nC
   c) Das E-Feld zwischen den Platten wird durch die Ladung auf den Kondensatorplatten und die auf der Oberfläche induzierte Ladung erzeugt. Es gilt: $E = \frac{Q_{Platte}}{2\epsilon_o A} + \frac{Q_{Platte}}{2\epsilon_o A} - \frac{Q_{DE}}{2\epsilon_o A} - \frac{Q_{DE}}{2\epsilon_o A} \Rightarrow Q_{DE} = Q_f - \epsilon_0 AE = 4,1nC$

5. a) Formel für Kapazität des Kugelkondensators: $C_0 = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}$
   C im Dielektrikum: $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{ab}{b-a}$
   b)Ladung auf positiver Platte is $Q = CU = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r \frac{ab}{b-a} U$
   c)Angenommen innere Platte sei -Q, so folgt die induzierte Ladung Q' durch folgende Überlegung:
   Da das Feld um den Faktor $1/\epsilon_r$ kleiner ist, als es ohne DE wäre gilt:
   $-Q + Q' = -Q/\epsilon_r$
   hieraus folgt $Q' = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} Q = 4\pi\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\frac{ab}{b-a} U$

6. a) Die Kapazität sinkt (bei konstanter Ladung würde Spannung sinken)
   b)Man teilt den Kondensator in drei Kondensatoren. C_3sei die Kapazität des unteren Kondensators. $C_2 = C_1$seien die Kapazitäten des Kondensators rechts bzw. links von der Metallplatte. C1 und C2 werden in Reihe geschaltet, C3 zur Reihenschaltung parallel.
   $C_{ges} = \epsilon_0 \frac{lw}{b} + \epsilon_0 \frac{xwa}{b(b-a)} = C_0[1 + \frac{x}{l} \frac{a}{b-a}]$; C_0sei die Kapazität ohne Metallplatte.
   c) Für die Energien gilt ohne Metallplatte: $W_o = \frac{Q^2}{2C_0}$
   mit Metallplatte, die um die Länge x in den Kondensator reicht:
   $W = \frac{Q^2}{2C_{ges}} = \frac{Q^2}{2C_0} \frac{1}{1 + ax/(l(b-a))}$
   d)$F = -\frac{dU}{dx} = \frac{Q^2}{2C_0} \frac{1}{[1 + ax/(l(b-a))]^2} \frac{a}{l(b-a)}$
   Die Kraft zieht die Platte in den Kondensator hinein.

2 Strom (Ohmsches Gesetz, Energie & Leistung, Gleichstromschaltkreise)

1. a) Anzahl der Teilchen= $\frac{\Delta q}{2e} = \frac{I\Delta t}{2e} = 2,3 \cdot 10^{12}$
   b) Sei N die Anahl der Teilchen im Strahlabschnitt der Länge L. Diese N Teilchen verlassen L in der Zeit t=L/v, v: Teilchengeschwindigkeit. Für den Strom gilt:$I = \frac{2eN}{t} = \frac{2eNv}{L}$ nach N aufgelöst: $N = \frac{IL}{2ev}$
   v folgt aus der kinetischen Energie E: $v = \sqrt{2E/m}$
   mit m=6,68$\cdot 10^{-27} kg$ folgt $N = 5,0 \cdot 10^3$
   c) E=qU $U = \frac{E}{2e} = 10MV$

2. $\rho = \frac{RA}{L} = 2 \cdot 10^{-8} \Omega m$

3. Der Widerstand ergibt sich zu $R = \frac{U}{I}$; $\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{L}{RA} = 2 \cdot 10^6 \frac{1}{\Omega m}$

4. Der Widerstand von A ist $R_A = \frac{\rho L}{\pi R_A^2}$, von B $R_B = \frac{\rho L}{\pi(R_{au0en}^2 - R_{innen}^2)}$
   $\frac{R_A}{R_B} = \frac{R_{au0en}^2 - R_{innen}^2}{R_A^2}$=3

5. Aus $j=\frac{E}{\rho}$ folgt mit $E=\frac{U}{L}$: $\rho=\frac{U}{Lj}=8,2\cdot 10^{-4}\Omega m$

6. Strom durch Kegelquerschnitt ist konstant. Wir suchen einen Ausdruck für das elektrische Feld an einem bestimmten Querschnitt und ermitteln durch Integration die Potenzialdifferenz zwischen den Kegelenden. Der Widerstand folgt als Quotient aus Potenzialdifferenz und Strom.
   Der Strom fließe von rechts nach links. Die Stromdichte durch die Querschnittsfläche sei homogen.
   $j=E/\rho$und $I=\pi r^2 j$ hieraus folgt die Feldstärke zu $E=I\rho/(\pi r^2)$
   Der Radius hängt wie folgt von der Position x (Abstand der betrachteten Stelle des Kegels von seiner linken Randfläche entlang der Kegelachse) ab:
   $r=a+\frac{b-a}{L}x$
   E=$\frac{I\rho}{\pi}[a+\frac{b-a}{L}x]^{-2}$
   Die Potenzialdifferenz U folgt durch Integration über x von Null bis L:
   $U=-\frac{I\rho}{\pi}\frac{L}{b-a}[a+\frac{b-a}{L}x]^{-1}|_0^L=\frac{I\rho L}{\pi ab}$
   Der Widerstand folgt zu $R=\frac{U}{I}=\frac{\rho L}{\pi ab}$
   b) setzen wir a=b, nimmt der Widerstand die in der Angabe geforderte Form an mit $A=\rho a^2$

7. a) P=UI $I=\frac{P}{U}=10,9A$
   b) $R=\frac{U}{I}=10,6\Omega$
   c)$E=Pt=4,5\cdot 10^6 J$

8. a) Reihenschaltung aus drei Widerständen und zwei Spannungsquellen, wobei $r_i$und $U_i$die reale Spannungsquelle (Batterie) i simulieren. Laut Angabe: $U_1=U_2=:U$ Die Potentialdifferenz über Batterie 1 ist: $U_{b1}=U-Ir_1$
   $U_b$ist Null, falls gilt: $U=Ir_1\Rightarrow I=\frac{U}{r_1}$
   Aus der Maschenregel folgt $2U-Ir_1-Ir_2-IR=0$Ersetzen wir I durch $I=\frac{U}{r_1}$und lösen nach R auf. Wir erhalten $R=r_1-r_2$
   Setzen wir die Potentialdifferenz über Batterie 2 gleich Null, erhalten wir analog $R=r_2-r_1$
   b) für $r_1<r_2$ ist R im ersten Fall negativ, was nicht realistisch ist. Folglich kann nur die Potentialdifferenz über Batterie 2 gleich Null sein.

9. Wir setzen allgemein mit einer Reihenschaltung an (der Gesamtwiderstand wächst). Um ihn wieder zu reduzieren, schalten wir mehrere dieser Reihenschaltungen parallel. n sei die Anzahl der in Reihe geschalteten Widerstände und m die Anzahl der parallel geschalteten Reihenschaltungen. Für den gesamten Widerstand der Anordnung gilt: $\frac{1}{R_{ges}}=\frac{m}{nR}$ Da der Gesamtwiderstand gleich R sein soll, folgt: m=n.
   Die Anzahl der verwendeten Widerstände ist: $n\cdot m=n^2$
   Ein Widerstand hat die Leistung 1W, die Anordnung soll 5W haben. Die Gesamtleistung ist die Summe aller Einzelleistungen. In unserer Schaltung fließt durch jeden Widerstand der gleiche Strom, weshalb die Leistung gleichmäßig auf unsere Widerstände verteilt wird. $n^2\geq 5$ erfüllt die Bedingung für die Leistung. Da n eine ganze Zahl sein muss folgt $n=3$. Es werden also mindestens 9 Widerstände benötigt.

10. I_1 sei der Strom durch R_1. Er sei positiv, wenn er nach rechts fließt. I_2 sei der Strom durch R_2. Er sei positiv, wenn er nach oben fließt. Nun wenden wir die Maschenregel an.
    In der unteren Masche ergibt sich: $\epsilon_2-I_1R_1=0$
    In der oberen: $\epsilon_1-\epsilon_2-\epsilon_3-I_2R_2=0$
    Aus der ersten Gleichung folgt: $I_1=\frac{\epsilon_2}{R_1}=0,050A$
    Aus der zweiten folgt: $I_2=-0,06A$
    Dass I_2 negativ ist, bedeutet, dass der Strom nach unten fließt.
    Sei $E_b$das Potential am Punkt b, ergibt sich das Potential am Punkt a zu $E_a=E_b+\epsilon_3+\epsilon_2$
    $E_a-E_b=9V$

11. $U_i:=\epsilon_i$(um nicht immer ϵschreiben zu müssen.
    I1 sei der Strom in R1, er sei positiv, wenn er nach oben fließt. I2 ist der Strom in R2, er sei positiv, wenn er nach rechts fließt, I3 sei der STrom in R3, er sei positiv, wenn er nach rechts fließt.
    Aus der Knotenregel folgt: I1+I2+I3=0

Mit der Maschenregel folgt für die linke Masche: U1-I3R3+I1R1=0
und für die rechte: U2-I2R2+I1R1=0
aus der ersten Gleichung erhalten wir: I1=-I2-I3, was wir in die anderen beiden einsetzen
Dann lösen wir die erste nach I3 auf und setzen sie in die zweite ein und erhalten
$I_2 = \frac{U_2(R_1+R_3)-U_1R_1}{R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3} = -0,158A$
Hieraus folgt I3=0,421A und schließlich I1=-0,263 A

Die Rate mit der Energie in Wärme umgewandelt wird ist die Leistung:
$P_i = I_i^2 R_i$
P1=0,346W; P2=0,0499W; P3=0,709W
b) Die Leistung der Batterie 1 ist $P_{B1} = U_1 I_3 = 1,6W$
Die Leistung der Batterie 2 ist $P_{B2} = U_2 I_2 = -0,158W$
Batterie 2 wird also aufgeladen, ihre Energie steigt.

3 Magnetismus (Lorentzkraft, Dipol, Ampere'sches Durchflutungsgesetz)

1. a) Die Elektronen (negativ geladen!) bewegen sich vom Süd- zum Nordpol. Die Richtung des vertikalen Magnetfelds ist Richtung Erdmittelpunkt. Nach der rechten-Hand-Regel zeigt die Lorentz-Kraft Richtung Osten.
b) Newton: $F = ma$ Lorentz: $F = evBsin\phi$; ϕist hier 90° $\Rightarrow sin\phi = 1$
v kann aus der kinetischen Energie E errechnet werden $v = \sqrt{\frac{2E}{m}} = 6,49 \cdot 10^7 m/s$
Durch Gleichsetzen der beiden Kräfte erhalten wir: $a = \frac{evB}{m} = 6,27 \cdot 10^{14} m/s^2$

2. Für die durch das elektrischen Feld verursachte Kraft gilt: $F_c = Eq$ Für die durch das Magnetfeld verursachte Kraft gilt: $F_L = qvBsin\phi$, wobei $sin\phi = 1$,da $\phi = 90$
Das Gleichsetzen beider Kräfte liefert: $E = \frac{evB}{e} = vB$
v lässt sich aus der kinetischen Energie W der Ionen berechnen: $v = \sqrt{2eW/m}$
W ergibt sich aus der durchlaufenen Potentialdifferenz zu $W = Uq = Ue = 10keV$
$E = 6,8 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$

3. Anordnung aus Aufgabe 2 liefert Bedingungen für einen Geschwindigkeitsfilter. $E = vB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$

4. a) Das magnetische Dipolmoment ist $\vec{\mu} = \mu(0,6\vec{e}_x - 0,8\vec{e}_y)$, mit $\mu = IA = 4,02 \cdot 10^{-4} Am^2$
Das Drehmoment ist $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} = \mu(0,6\vec{e}_x - 0,8\vec{e}_y) \times (0,25\vec{e}_x + 0,3\vec{e}_z) =$
$\mu[(0,6)(0,3)(\vec{e}_x \times \vec{e}_z) - (0,8)(0,25)(\vec{e}_y \times \vec{e}_x) - (0,8)(0,3)(\vec{e}_y \vec{\times} e_z)] =$
$\mu[-0,18\vec{e}_y + 0,2\vec{e}_z - 0,24\vec{e}_x]$
b) Die Potentielle Energie ist $E = -\vec{\mu} \circ B \vec{=} -\mu(0,6\vec{e}_x - 0,8\vec{e}_y) \circ (0,25\vec{e}_x + 0,3\vec{e}_z) =$
$-\mu(0,6)(0,25) = -0,15\mu = -6,0 \cdot 10^{-4} J$

5. Der halbe Öffnungswinkel sei $\phi \Rightarrow tan\phi = r/l$, l sei die Seitenkante des Kegels
Für den Strom der sich ergibt, wenn ein geladener Drahtring mit Radius r und Winkelgeschwindigkeit ω rotiert folgt: $I = \rho A v = \lambda v = \lambda \omega r$
Unseren Gesamtstrom setzen wir aus solchen kleinen Kreiströmen dI zusammen.
$\lambda = \sigma dl$; $\omega r = \omega l \cdot tan\phi$
$dI = \lambda v = \sigma \omega l \cdot tan\phi dl$
Das Dipolmoment für einen infinitesimal kleinen Ring ist:
mit Fläche $A = \pi r^2 = \pi l^2 tan^2\phi$
$d\mu = A \cdot dI$ hieraus ergibt sich μ durch Integration über $d\mu$
$\mu = \int_0^{R/tan\phi} d\mu = \pi\sigma\omega tan^3\phi \int_0^{R/tan\phi} l^3 dl = \frac{1}{4tan\phi} R^4 \pi\sigma\omega$

6. Man lege die Kurve, entlang derer das B-Feld integriert wird, zwischen Innen- und Außenumfang des Spulenkörpers:
Das Ampere'sche Durchflutungsgesetz liefert: $\oint \vec{B} d\vec{s} = B 2\pi r = \mu_0 IN$

N ist die Windungszahl
Auflösen nach B: $B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$