

# A. Übungsaufgaben

## A.1. Aufgaben zum Kapitel 3

### A.1.1. Tutoraufgaben

#### (1) Komplexe Fourierreihe

Man berechne die Fourierreihe der Funktion

$$f(x) = |\sin x| \quad (\text{A.1})$$

#### (2) Reelle Fourierreihe

Gegeben sei die  $2\pi$ -periodische Funktion

$$f(x) = x \cdot \cos x, \quad x \in [0..2\pi] \quad (\text{A.2})$$

1. Welche der Fourierkoeffizienten sind auf jeden Fall gleich Null?
2. Berechnen Sie die Fourierreihe von  $f(x)$ !

#### (3) Reelle Fourierreihe einer abschnittsweise definierten Funktion

Bestimmen Sie die reellen Fourierkoeffizienten der  $2\pi$ -periodischen Funktion

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{\pi}x^2 & x \in [0.. \pi] \\ 2\pi - x & x \in [\pi..2\pi] \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

#### (4) Fouriertransformation

Berechnen Sie die Fouriertransformierte der Funktion

$$f(t) = e^{-a|t|} \quad (\text{A.4})$$

## A.1.2. Aufgaben zum eigenständigen Üben

### (1) Fourierreihe

Gegeben ist die  $2\pi$ -periodische Funktion

$$f(x) := \begin{cases} x & x \in [0.. \pi] \\ \pi & x \in [\pi..2\pi] \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

## A. Übungsaufgaben

1. Bestimmen Sie die reellen Fourierkoeffizienten von  $f$ .
2. Berechnen Sie mit den im Skript angegebenen Transformationsformeln 3.18 - 3.20 die komplexen Fourierkoeffizienten von  $f$ .
3. Bestätigen Sie Ihr Ergebnis durch direkte Berechnung der komplexen Fourierkoeffizienten.

### (2) Partielle Integration

Gegeben ist die  $2\pi$ -periodische Funktion

$$f(x) = x^3 \quad (\text{A.6})$$

Bestimmen Sie die reellen und komplexen Fourierkoeffizienten.

### (3) Fouriertransformation

Zeigen Sie: Die Funktion

$$f(t) = e^{(-\frac{1}{2}t^2)} \quad (\text{A.7})$$

ist - bis auf einen Vorfaktor - invariant unter Fouriertransformation.

### (4) $\delta$ -Distribution

Man löse die Differentialgleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi''(x) - g\delta(x)\psi(x) = E\psi(x), \quad E < 0 \quad (\text{A.8})$$

und bestimme  $E$ . Zusätzlich gelte die Normierung  $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)^2 = 1$ .