

A. Übungsaufgaben

A.1. Aufgaben zum Kapitel 3

A.1.1. Tutoraufgaben

(1) Komplexe Fourierreihe

Man berechne die Fourierreihe der Funktion

$$f(x) = |\sin x| \quad (\text{A.1})$$

(2) Reelle Fourierreihe

Gegeben sei die 2π -periodische Funktion

$$f(x) = x \cdot \cos x, \quad x \in [0..2\pi] \quad (\text{A.2})$$

1. Welche der Fourierkoeffizienten sind auf jeden Fall gleich Null?
2. Berechnen Sie die Fourierreihe von $f(x)$!

(3) Reelle Fourierreihe einer abschnittsweise definierten Funktion

Bestimmen Sie die reellen Fourierkoeffizienten der 2π -periodischen Funktion

$$f(x) := \begin{cases} \frac{1}{\pi}x^2 & x \in [0.. \pi] \\ 2\pi - x & x \in [\pi..2\pi] \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

(4) Fouriertransformation

Berechnen Sie die Fouriertransformierte der Funktion

$$f(t) = e^{-a|t|} \quad (\text{A.4})$$

A.1.2. Aufgaben zum eigenständigen Üben

(1) Fourierreihe

Gegeben ist die 2π -periodische Funktion

$$f(x) := \begin{cases} x & x \in [0.. \pi] \\ \pi & x \in [\pi..2\pi] \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

A. Übungsaufgaben

1. Bestimmen Sie die reellen Fourierkoeffizienten von f .
2. Berechnen Sie mit den im Skript angegebenen Transformationsformeln 3.18 - 3.20 die komplexen Fourierkoeffizienten von f .
3. Bestätigen Sie Ihr Ergebnis durch direkte Berechnung der komplexen Fourierkoeffizienten.

(2) Partielle Integration

Gegeben ist die 2π -periodische Funktion

$$f(x) = x^3 \quad (\text{A.6})$$

Bestimmen Sie die reellen und komplexen Fourierkoeffizienten.

(3) Fouriertransformation

Zeigen Sie: Die Funktion

$$f(t) = e^{(-\frac{1}{2}t^2)} \quad (\text{A.7})$$

ist - bis auf einen Vorfaktor - invariant unter Fouriertransformation.

(4) δ -Distribution

Man löse die Differentialgleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi''(x) - g\delta(x)\psi(x) = E\psi(x), \quad E < 0 \quad (\text{A.8})$$

und bestimme E . Zusätzlich gelte die Normierung $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)^2 = 1$.